pauker.

Abschluss2023

MSA Klasse 10 Nordrhein-Westfalen

Lösungen Mathematik Prüfung 2018

Mathematik

hutt lernhilfen

10

Prüfungsteil 1

Aufgabe 1

a) Vor dem Ordnen ist es zweckmäßig, die echten Brüche in Dezimalbrüche umzuwandeln:

$\frac{7}{100} = 0{,}07$

$-\frac{1}{7} = -0{,}14286$

Geordnet nach der Größe ergibt sich folgende Reihenfolge:

$-0{,}7 < -\frac{1}{7} < \frac{7}{100} < 0{,}17$

b) $\frac{25}{30} = \frac{5}{6} = 0{,}83\overline{3} \triangleq 83{,}\overline{3}\ \%$

Miriam hat nicht recht, weil 65 % < $83{,}\overline{3}$ %.

Aufgabe 2

a) Es handelt sich um einen einstufigen Laplace-Versuch.
Gesamtanzahl Kugeln im Beutel = 16 Stück

$P(\text{blau}) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{8}$ oder 12,5 %.

b) Es handelt sich um ein mehrstufiges Zufallsexperiment.
Es gilt die Summenregel!

$$\begin{aligned} P(\text{rot, grün}) &= P(\text{rot}) + P(\text{grün}) \\ &= \frac{8}{16} + \frac{6}{16} = \frac{14}{16} = \frac{7}{8} \end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{7}{8}$ oder 87,5 %.

Aufgabe 3

a) Die Oberfläche einer Kugel wird errechnet mit:

$$\begin{aligned} O &= 4 \cdot r^2 \cdot \pi \\ &= 4 \cdot (6\text{ cm})^2 \cdot \pi \\ O &= 452{,}389\ldots \approx 452\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

b) $O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$

Der Radius geht zum Quadrat in die Berechnung ein!

$r^2 = r \cdot r$

z. B.: $1^2 = 1 \cdot 1 = 1$
$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$ — 4-Fache!
$4^2 = 4 \cdot 4 = 16$ — 4-Fache!
⋮ ⋮

Sina hat nicht recht.
Wenn der Radius verdoppelt wird, dann vervierfacht sich die Oberfläche.

Aufgabe 4

Hier bieten sich verschiedene Lösungswege an.

1. Additionsverfahren:

$$\begin{array}{lrcll} \text{I} & 3x + 4y & = & 22 & \\ \text{II} & 5x - 4y & = & -6 & \\ \hline \text{I + II} & 8x & = & 16 & \mid :8 \\ & x & = & 2 & \end{array}$$

x-Wert in Gleichung I einsetzen:

$$\begin{array}{rcll} 3x + 4y & = & 22 & \\ 3 \cdot 2 + 4y & = & 22 & \\ 6 + 4y & = & 22 & \mid -6 \\ 4y & = & 16 & \mid :4 \\ y & = & 4 & \end{array}$$

2. Gleichsetzverfahren:

I $3x + 4y = 22$
II $5x - 4y = -6$

Umformen beider Gleichungen z. B. nach y:

I $4y = 22 - 3x$
II $4y = 5x + 6$

Gleichsetzen:

$$\begin{array}{rcll} 22 - 3x & = & 5x + 6 & \\ 5x + 6 & = & 22 - 3x & \mid +3x \quad \mid -6 \\ 8x & = & 16 & \mid :8 \\ x & = & 2 & \end{array}$$

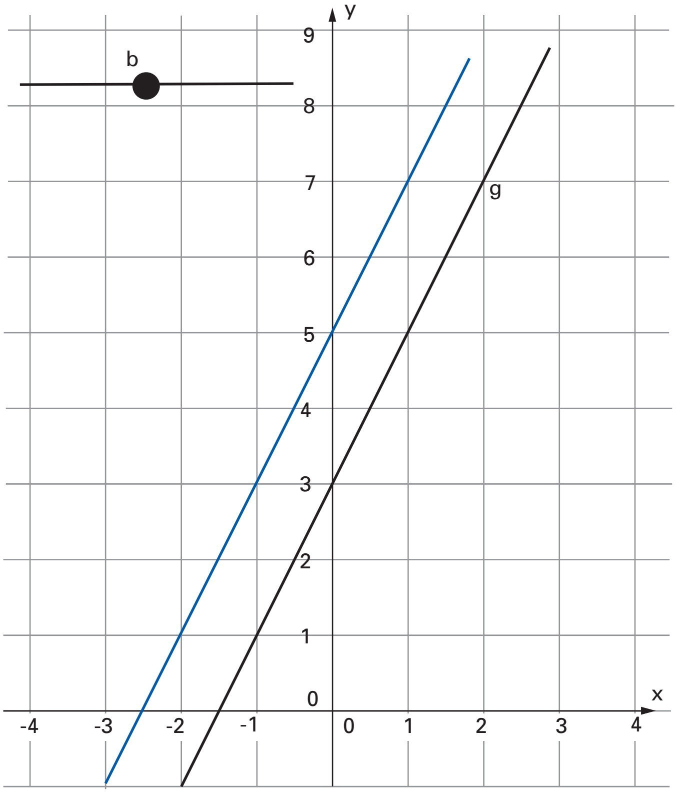
x-Wert in Gleichung I einsetzen:

Siehe weiteren Lösungsweg unter 1.

Aufgabe 5

a) Die Funktion ist eine Gerade, welche die y-Achse bei 3 schneidet.
$b = 3$

b)



Prüfungsteil 2

Aufgabe 1

a) v = Geschwindigkeit [km/h]
s = Weg [km]
t = Zeit [h]

$v = \frac{s}{t}$

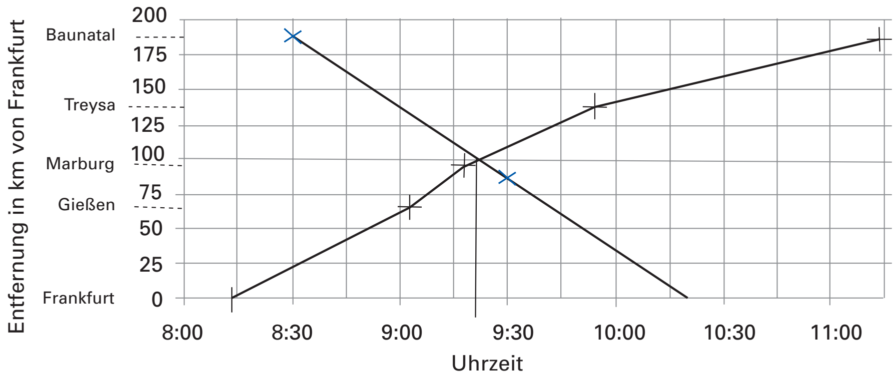
$t = \frac{s}{v} = \frac{2{,}4}{4}\ h = 0{,}6\ h$

Umrechnung: $0{,}6\ h \cdot 60\ \frac{min}{h} = 36\ min$

Die beiden kommen nach 36 Minuten am Bahnhof an.

b) Je steiler der Graph, umso größer die Geschwindigkeit!
Also fährt der Zug auf der Teilstrecke Gießen – Marburg am schnellsten.

c)



Die Züge begegnen sich zwischen Marburg und Treysa gegen 9.20 Uhr.

d) In diesem rechtwinkligen Dreieck sind nur eine Seite (Hypotenuse) und der Neigungswinkel α bekannt.
Um die Kathete u berechnen zu können, benötigt man eine der trigonometrischen Funktionen.
Es gilt:

$$\sin \alpha = \frac{GK}{Hy}$$

$$\sin 7{,}1° = \frac{u}{1435\ mm} \qquad | \cdot 1435$$

$1435\ mm \cdot \sin 7{,}1° = u$

$1435\ mm \cdot 0{,}1236 = 177{,}368 \ldots\ mm$

$\approx 17{,}7\ cm$

Max hat mit seiner Aussage recht, der Höhenunterschied beträgt ca. 17,7 cm.

e) Die Funktionsgleichung der Parabel wird in der Scheitelform angegeben.
Daraus lässt sich der Scheitelpunkt der Parabel direkt ablesen.
Der Scheitelpunkt wird mit S (50 | 20) angegeben. Der x- und y-Wert kann sofort in die Funktionsgleichung eingesetzt werden.

$g(x) = d \cdot (x - e)^2 + f$
$g(x) = d \cdot (x - 50)^2 + 20$

für $g(0) = 0$ gilt:

$$0 = d \cdot (-50)^2 + 20 \qquad | -20$$
$$-20 = d \cdot (-50)^2 \qquad | : (-50)^2$$
$$-\frac{20}{(-50)^2} = d$$
$$-\frac{20}{2500} = d$$
$$d = -0{,}008$$

f) Liegt der Scheitelpunkt im Ursprung, so sind die beiden Parameter e = 0 und f = 0.

Der Streckungsfaktor d bleibt erhalten, weil die Parabel nur verschoben wird.

Aufgabe 2

a) Grundwert (G) = 165 l
Prozentsatz (p) = 5 %
Prozentwert (W) gesucht in l

$$W = G \cdot \frac{p}{100}$$
$$= 165\ l \cdot \frac{5}{100} = 165\ l \cdot 0{,}05 = 8{,}25\ l$$

Jeder Bundesbürger trinkt durchschnittlich 8,25 l Kaffee aus Pappbechern.

b) 34 Pappbecher pro Person und Jahr
82 Millionen Einwohner
Das ergibt: 34 · 82 000 000 = 2 788 000 000 Pappbecher
1 Jahr hat 365 Tage · 24 Std. = 8760 Stunden pro Jahr

2 788 000 000 : 8760 = 318 264,… Becher pro Std.
≈ 320 000 Pappbecher pro Std.

Karin hat recht.

c) Länge Sporthalle: 45 m = 4500 cm
Breite Sporthalle: 27 m = 2700 cm
Durchmesser eines Bechers: 7 cm

Anzahl Becher in der Länge:
$4500 : 7 = 642{,}85... \approx 642$

Anzahl Becher in der Breite:
$2700 : 7 = 385{,}71... \approx 385$

Anzahl der Becher auf der Fläche:
$642 \cdot 385 = 247\,170$

Da 247 170 < 320 000 ist, reicht der Boden nicht aus.

d) $V = (r_1{}^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2{}^2) \cdot \frac{\pi \cdot h}{3}$

$V = (3^2 + 3 \cdot 3{,}5 + 3{,}5^2) \cdot \frac{\pi \cdot 8{,}5}{3}\ \text{cm}^3$

$\quad = (9 + 10{,}5 + 12{,}25) \cdot 8{,}901\ \text{cm}^3$

$V = 282{,}612...\ \text{cm}^3$

$1\ \text{cm}^3 \triangleq 1\ \text{ml}$
$282{,}612...\ \text{cm}^3 \approx 280\ \text{ml}$

e) Der Mittelwert beider Radien beträgt:
$\frac{3\ \text{cm} + 3{,}5\ \text{cm}}{2} = \frac{6{,}5\ \text{cm}}{2} = 3{,}25\ \text{cm}$

Das Volumen eines Zylinders errechnet sich mit:

$V = r^2 \cdot \pi \cdot h$
$V = (3{,}25\ \text{cm})^2 \cdot \pi \cdot 8{,}5\ \text{cm}$
$V = 282{,}056...\ \text{cm}^3$

Prozentuale Abweichung:

Grundwert (G): $282{,}612\ \text{cm}^3$
Prozentwert (W): $282{,}056\ \text{cm}^3$
Prozentsatz (p): gesucht in %

$W = G \cdot \frac{p}{100}$

$p = \frac{W}{G} \cdot 100$

$p = \frac{282{,}056}{282{,}612} \cdot 100 = 99{,}8033\ \%$

Abweichung: $100\ \% - 99{,}8033\ \% = 0{,}1967...\ \%$

Karin hat recht.
Die Abweichung beträgt weniger als 1 %.

f) Dargestellt ist eine fallende Exponentialfunktion, weil der Wachstumsfaktor < 1 ist.
Der Startwert ist 80.

Die richtige Funktionsgleichung ist (i)!
$T_1(t) = 80 \cdot 0{,}94^t$

Probe: $T_1(0) = 80 \cdot 0{,}94^0 = 80 \cdot 1 = 80\ °C$
$T_2(20) = 80 \cdot 0{,}94^{20} = 80 \cdot 0{,}29011 \approx 23{,}21\ °C$

Die errechneten Werte liegen auf der Abkühlungskurve.

Aufgabe 3

a) Der Flächeninhalt eines Dreiecks wird berechnet mit: $A = \frac{g \cdot h}{2}$

Die Höhe h lässt sich mittels des Lehrsatzes von Pythagoras errechnen, weil sie das Dreieck in 2 gleich große (kongruente), rechtwinklige Dreiecke teilt.

$h^2 = (10\text{ cm})^2 - (5\text{ cm})^2$
$h = \sqrt{75}\text{ cm} = 8{,}660\ldots\text{ cm}$

$A = \frac{10\text{ cm} \cdot 8{,}660\ldots\text{ cm}}{2} = 43{,}301\ldots\text{ cm}^2 \approx 43{,}3\text{ cm}^2$

b) Die Figur 0 ist vollständig schwarz.
In Figur 1 sind 3 von 4 gleich großen Dreiecken schwarz.
Mit jeder weiteren Figur wird jedes schwarze Dreieck ebenso aufgeteilt.

c) Gesucht ist n, sodass gilt:
$A_n < 4\text{ cm}^2$

Die Lösung lässt sich durch systematisches Probieren oder mithilfe der Logarithmen ermitteln:

1. Systematisches Probieren:
   $A_0 = 43{,}3\text{ cm}^2$
   $A_1 = 43{,}3\text{ cm}^2 \cdot \frac{3}{4} = 32{,}47\text{ cm}^2$

   für n = 10: $43{,}3 \cdot 0{,}75^{10} = 2{,}438\text{ cm}^2$
   für n = 8: $43{,}3 \cdot 0{,}75^{8} = 4{,}335\text{ cm}^2$

   Der Wert für das gesuchte n liegt also bei 9: $43{,}3 \cdot 0{,}75^9 = 3{,}251\text{ cm}^2 < 4\text{ cm}^2$

2. Rechnen mit Logarithmen:
   $43{,}3\text{ cm}^2 \cdot 0{,}75^n < 4\text{ cm}^2$

   $0{,}75^n < \frac{4}{43{,}3}$

   $0{,}75^n < 0{,}09238$
   $n \log 0{,}75 < \log 0{,}09238$

   $n > \frac{\log 0{,}09238}{\log 0{,}75}$

   $n > 8{,}28$

Da nur ganzzahlige Werte für n möglich sind, gilt: n = 9

d) Gesamtfläche: 43,3 cm^2
Anteilige Fläche: 18,267 cm^2
Anteil an der Gesamtfläche: 18,267 : 43,3 = 0,421870…
gerundet: 0,422

e) D3: Fläche aller schwarzen Dreiecke in cm^2
=B3*C3

f) Der Flächeninhalt der schwarzen Dreiecke nimmt ab, tendiert gegen 0, wird aber nie einen Flächeninhalt von 0 aufweisen.
Der Flächeninhalt der weißen Dreiecke nimmt weiter zu, wird aber nie zur kompletten Flächendeckung von hier 43,3 cm^2 führen.