pauker.

Abschluss2023
MSA Klasse 10 Nordrhein-Westfalen

Lösungen Mathematik Prüfung 2017

Mathematik

hutt lernhilfen

10

Prüfungsteil 1

Aufgabe 1

a) Das abgebildete Dreieck ist ein rechtwinkliges Dreieck.
Gesucht ist die kleinere Kathetenseite a.
Zur Lösung wird der Lehrsatz von Pythagoras angewendet.

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad | - b^2$$
$$a^2 = c^2 - b^2$$
$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$
$$a = \sqrt{(70\text{ cm})^2 - (55\text{ cm})^2}$$
$$a = \sqrt{4900\text{ cm}^2 - 3025\text{ cm}^2} = 43{,}301\ldots\text{ cm} \approx 43{,}3\text{ cm}$$

Die Länge der Seite beträgt 43,3 cm.

b) Zur Überprüfung der Rechtwinkligkeit kann man ebenfalls den Lehrsatz von Pythagoras anwenden.
Wenn das Dreieck rechtwinklig ist, muss folgende Gleichung gelten:

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$10^2 = 6^2 + 8^2$$
$$100 = 36 + 64$$
$$100 = 100$$

Die Gleichung stimmt, also ist das Dreieck rechtwinklig.

Aufgabe 2

$$\frac{5}{10} < \frac{5}{7}$$

$$5 \cdot 10^{-3} = \frac{5}{1000} = 0{,}005$$

also ist $0{,}05 > 5 \cdot 10^{-3}$

$$-0{,}1 = -\frac{1}{10}$$

Aufgabe 3

a) Die erforderlichen Daten werden aus dem Text und dem Diagramm entnommen:
Grundwert G: 1,14 Mrd. €
Prozentsatz p: 35 %

$$W = \frac{G \cdot p}{100} = \frac{1{,}14\text{ Mrd. €} \cdot 35}{100}$$

$$W = 0{,}399\text{ Mrd. €}$$

Durch Kaffee wurden 0,399 Mrd. Euro umgesetzt.

b)

Aussage	trifft zu	trifft nicht zu
Ein Zehntel des Gesamtumsatzes wurde mit Blumen erzielt.	☒	☐
Mehr als 40 % des Gesamtumsatzes wurden mit Kaffee und Tee erzielt.	☐	☒
Der Umsatz mit Textilien und Kunsthandwerk war dreimal so hoch wie mit Schokolade.	☒	☐

Aufgabe 4

a) Das Gleichungssystem lässt sich mit dem Gleichsetzungs- oder Additionsverfahren lösen.

I $2x + y = 14$
II $3x - 2y = 7$

Gleichsetzungsverfahren:

I $y = 14 - 2x$
II $2y = 3x - 7 \quad | : 2$

$y = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2}$

Gleichsetzen beider Terme:

$$14 - 2x = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2} \quad | + 2x$$
$$14 = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2} + 2x \quad | + \frac{7}{2}$$
$$14 + \frac{7}{2} = \frac{3}{2}x + 2x$$
$$14 + 3{,}5 = 1{,}5x + 2x$$
$$17{,}5 = 3{,}5x \quad | : 3{,}5$$
$$x = 5$$

Lösen von y:

$y = 14 - 2x$
$y = 14 - 2 \cdot 5$
$y = 14 - 10 = 4$

Additionsverfahren:

I $\quad 2x + y = 14 \qquad | \cdot 2$
II $\quad 3x - 2y = 7$

I $\quad 4x + 2y = 28$
II $\quad 3x - 2y = 7$

I + II ergibt: $7x = 35 \qquad | : 7$
$x = 5$

in I einsetzen: $2x + y = 14$
$2 \cdot 5 + y = 14$
$y = 14 - 10 = 4$

b) Durch Gleichsetzen beider Terme kann geprüft werden, ob die Gleichung stimmt.

I $\quad y = 4x + 8$
II $\quad y = 4x + 5$

I = II
$4x + 8 = 4x + 5 \qquad | - 4x$
$8 = 5$

Es entsteht eine falsche Aussage, somit besitzt das lineare Gleichungssystem keine Lösung.

Aufgabe 5

a)

Formel	geeignet	nicht geeignet
=B3*(1+B1/100)	☐	☒
=B3-C3	☒	☐
=B3*(1-B1/100)	☒	☐
=B3+C3	☐	☒

Die Formel =B3*(1-B1/100) entspricht in der Prozentrechung

$W = G \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)$ $\qquad$ G = Grundwert
W = Prozentwert
p = Prozentsatz

oder $\quad W = G - \frac{G \cdot p}{100}$

$W = 39{,}99 - \frac{39{,}99 \cdot 10}{100}$

$W = 39{,}99 - 4 = 35{,}99$

b) Je höher der Rabatt (Wert in Zelle B1) ist, desto niedriger ist der neue Preis (Wert in Zelle D6).

Prüfungsteil 2

Aufgabe 1

a) Das Volumen einer Kugel wird berechnet mit:

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

$d = 2r = 1{,}5 \text{ cm}$
$r = 0{,}75 \text{ cm}$

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (0{,}75 \text{ cm})^3 = 1{,}76714\ldots$
$\approx 1{,}77 \text{ cm}^3$

b) 1 cm^3 Schokolade wiegt 1,3 g.

Gewicht einer Kugel:
$1{,}77 \text{ cm}^3 \cdot 1{,}3 \text{ g} = 2{,}301 \text{ g}$

Gewicht von 100 Kugeln:
$2{,}301 \text{ g} \cdot 100 = 230{,}1 \text{ g}$

Prozentualer Mehrverbrauch (5%):
$230{,}1 \text{ g} \cdot 1{,}05 = 241{,}61 \text{ g}$

Sie muss etwa 250 g Schokolade kaufen.

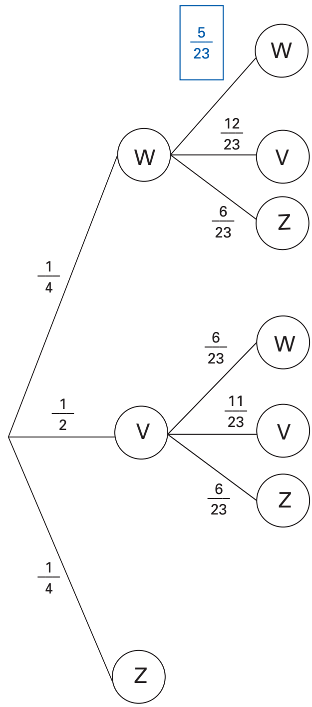
c) Die Kantenlänge der Folie muss mindestens genauso groß sein wie der Kugelumfang.
$u = \pi \cdot d$
$u = \pi \cdot 1{,}5 \text{ cm} = 4{,}71238\ldots \approx 4{,}7 \text{ cm}$

Ein Stück Folie ist geeignet, um eine Kugel zu verpacken, weil die Kantenlänge der Alufolie größer ist als der Umfang der Kugel.

d) 6 von den 24 Kugeln sind aus weißer Schokolade.
Damit ergibt sich folgende Wahrscheinlichkeit:

$P(W) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

e) Da Karas Opa die Kugel isst, gibt es jetzt 1 weiße Kugel weniger und die gesamte Anzahl verringert sich ebenfalls auf 23 Kugeln. Die Wahrscheinlichkeit, als Zweites eine weiße Kugel zu ziehen, beträgt $P(W) = \frac{5}{23}$.



verkürztes Baumdiagramm

f) Es handelt sich um einen zweistufigen Laplace-Versuch.
Anhand des Baumdiagramms lässt sich die Wahrscheinlichkeit leicht ablesen.

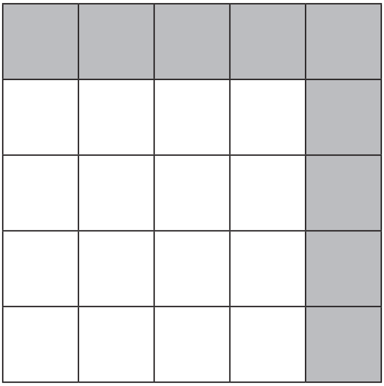
Folgende Möglichkeiten sind gegeben:
1. Zug: weiße Kugel 2. Zug: Vollmilch-Kugel
oder
1. Zug: Vollmilch-Kugel 2. Zug: weiße Kugel

Es gilt die Knotenregel und die Produktregel!

$$P(W, V) + P(V, W) = \frac{1}{4} \cdot \frac{12}{23} + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{23}$$
$$= \frac{3}{23} + \frac{3}{23} = \frac{6}{23}$$

Aufgabe 2

a)



b)

Figur	5	6	7
Anzahl aller Quadrate	25	36	49
Anzahl der weißen Quadrate	16	25	36
Anzahl der grauen Quadrate	9	11	13

c) Die Figur hat immer die Form eines Quadrates.
Somit ist die Anzahl der weißen Quadrate auch immer eine Quadratzahl.

Beispiel: Figur 4: 3 x 3 = 9 weiße Quadrate
Figur 5: 4 x 4 = 16 weiße Quadrate
Figur 6: 5 x 5 = 25 weiße Quadrate

Da 200 keine Quadratzahl ist ($\sqrt{200} = 14{,}142\ldots$), kann die Anzahl der weißen Quadrate in keiner Figur 200 betragen.

d) $n^2 - (n-1)^2 = n^2 - (n^2 - 2n + 1)$
$= n^2 - n^2 + 2n - 1$
$= 2n - 1$

e) Anna:
Mit $(n-1)^2$ errechnet Anna die Anzahl aller weißen Quadrate.
Anschließend zieht sie diese von der Anzahl aller Quadrate in der Figur (n^2) ab und erhält so den Term $n^2 - (n-1)^2$.

Hussam:
Hussam zählt n graue Quadrate in der Zeile und n graue Quadrate in der Spalte, das ergibt $2 \cdot n$.
Das Feld der rechten oberen Ecke wird doppelt gezählt, also „-1". Daraus ergibt sich der Term $2 \cdot n - 1$.

f) Zuwachs der grauen Quadrate:

Figur 1: 1
Differenz = 2
Figur 2: 3
Differenz = 2
Figur 3: 5
Differenz = 2
Figur 4: 7
Differenz = 2
Figur 5: 9

Die Anzahl der grauen Quadrate nimmt linear zu.

g) Zuwachs der weißen Quadrate:

Figur 1: 0 weiße Quadrate $\Rightarrow$ 0
Figur 2: 1 weißes Quadrat $\Rightarrow$ 1^2
Figur 3: 4 weiße Quadrate $\Rightarrow$ 2^2
Figur 4: 9 weiße Quadrate $\Rightarrow$ 3^2
Figur 5: 16 weiße Quadrate $\Rightarrow$ 4^2

Ja, Anna hat recht!
Die Anzahl der grauen Quadrate nimmt mit jeder Figur um zwei Quadrate zu.
Die Anzahl der weißen Quadrate wächst quadratisch und damit schneller.

Aufgabe 3

a) Der Brückenbogen hat eine Höhe von 35 m und eine Spannweite von 100 m.

b) 2 Punkte der Parabel sind schon bekannt:

y	x
0	50
35	0

Form der Funktionsgleichung: $f(x) = a \cdot x^2 + c$
Werte einsetzen: $f(x) = a \cdot x^2 + 35$
f(x) gleich 0 setzen: $0 = a \cdot 50^2 + 35$
Berechnung der Steigung a: $-35 = a \cdot 50^2$

$-35 = a \cdot 2500$

$a = -\frac{35}{2500}$

$a = -0{,}014$

Die Funktionsgleichung lautet: $f(x) = -0{,}014\, x^2 + 35$

c) Ricos geschätzte Eismenge ist größer als die Eismenge, die tatsächlich eingestürzt ist.

Begründung:
Die Eisbrücke liegt in dem betrachteten Abschnitt durchgehend oberhalb der beiden Hilfslinien des Dreieckprismas. Daher wird das Volumen zu groß eingeschätzt.

d) $V_{Eis} = V_{Quader} - V_{Dreieckprisma}$

$V_{Quader} = a \cdot b \cdot c$
$= 100\text{ m} \cdot 60\text{ m} \cdot 40\text{ m}$
$V_{Quader} = 240\,000\text{ m}^3$

$V_{Dreieckprisma} = G \cdot h$
$= \frac{100\text{ m} \cdot 35\text{ m}}{2} \cdot 40\text{ m}$
$V_{Dreieckprisma} = 70\,000\text{ m}^3$

$V_{Eis} = V_{Quader} - V_{Dreieckprisma}$
$= 240\,000\text{ m}^3 - 70\,000\text{ m}^3$
$V_{Eis} = 170\,000\text{ m}^3$

Es sind ca. $170\,000\text{ m}^3$ Eis eingebrochen.

e) Durch Einfügen weiterer Punkte auf der Parabel lässt sich die Fläche in Dreiecke und Trapeze zerlegen. Diese können einzeln berechnet werden.