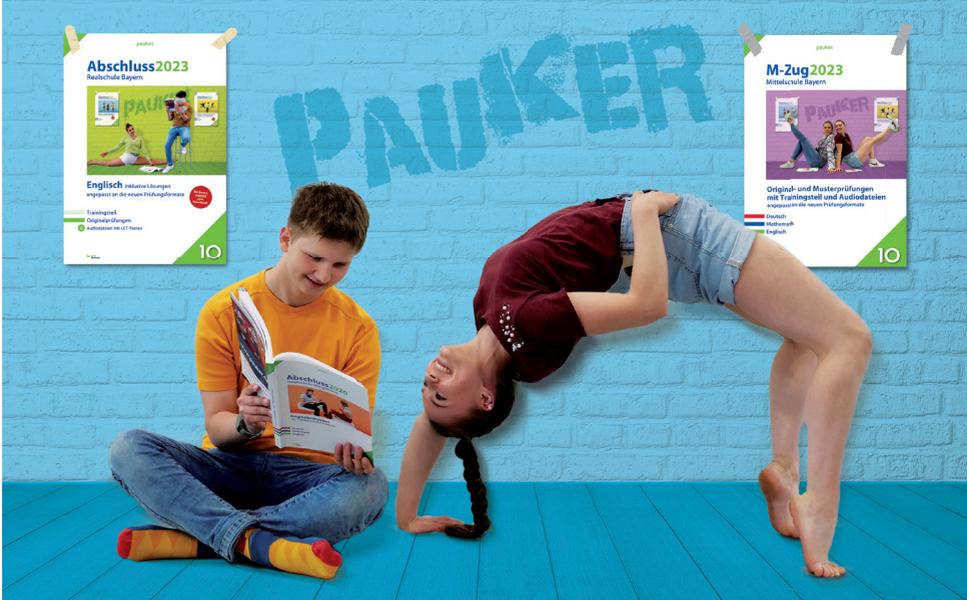


pauker.

Quali2023

Mittelschule Bayern



Lösungen Mathematik Prüfung 2020

Mathematik

Teil A

Aufgabe 1

- a) ▶ Jeans: 20% von $40 \text{ €} = 40 \text{ €} : 100 \cdot 20 = 8 \text{ €}$
 $40 \text{ €} - 8 \text{ €} = 32 \text{ €} \quad \Rightarrow$ richtig!
- ▶ T-Shirt: 25% von $32 \text{ €} = \frac{1}{4}$ von $32 \text{ €} = 8 \text{ €}$
 $32 \text{ €} - 8 \text{ €} = 24 \text{ €} \quad \Rightarrow$ richtig!
- ▶ Hemd: 30% von $60 \text{ €} = 60 \text{ €} : 100 \cdot 30 = 18 \text{ €}$
 $60 \text{ €} - 18 \text{ €} = 42 \text{ €} \quad \Rightarrow$ falsch!
- b) $p = \frac{48 \text{ €} \cdot 100}{80 \text{ €}} = 60\%$
 $100\% - 60\% = 40\%$
 \Rightarrow Schuhe: -40%

$$p = \frac{PW \cdot 100}{GW}$$

Aufgabe 2

- a) $0,5 \cdot (16x + 5) + 8,5 = 6 + x - (5 - 3x) \cdot 2$
 $8x + 2,5 + 8,5 = 6 + x - 5 + 6x \quad \Rightarrow 8x + 2,5 + 8,5 = 6 + x - 10 + 6x$
 $8x + 11 = 7x - 4 \quad | -7x \quad | -11$
 $x = -15$
- b) $2 \cdot (12x - 3) = 3x - (2 - 4x)$
 $24x - 6 = 3x - 2 + 4x$
- Vorzeichenregel beim Auflösen der Klammer

Aufgabe 3

Berechnung von $\sphericalangle \gamma$:

$$\gamma = 360^\circ - 55^\circ - 135^\circ - 135^\circ = 35^\circ$$

Im Parallelogramm sind gegenüberliegende Winkel gleich groß.

$$\beta = \delta = 135^\circ, \text{ aber } \alpha \neq \gamma \quad (55^\circ \neq 35^\circ)$$

\Rightarrow Das Viereck kann also kein Parallelogramm sein.

Aufgabe 4

- a) $22\,000 \text{ m} = 22 \text{ km}$ (in 2 h)
(11 km pro Stunde sind realistisch.)
- b) $0,017 \text{ t} = 17 \text{ kg}$

c) 200 ml (1 l = 1000 ml)

d) 0,205 kg = 205 g
(Denn ein Taschenrechner wiegt deutlich unter 1 kg!)

Aufgabe 5

Fläche des Rechtecks:

$$A_R = 1 \text{ dm} \cdot 7 \text{ dm} = 7 \text{ dm}^2$$

Fläche des großen Halbkreises:

$$A_g = \frac{2 \text{ dm} \cdot 2 \text{ dm} \cdot 3}{2} = 6 \text{ dm}^2$$

$$A_{\text{Halbkreis}} = \frac{r^2 \cdot \pi}{2}$$

Fläche des kleinen Halbkreises:

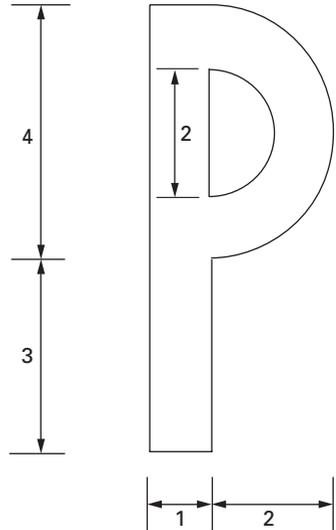
$$A_k = \frac{1 \text{ dm} \cdot 1 \text{ dm} \cdot 3}{2} = 1,5 \text{ dm}^2$$

Fläche des halben Kreisrings:

$$A_{HK} = A_g - A_k = 6 \text{ dm}^2 - 1,5 \text{ dm}^2 = 4,5 \text{ dm}^2$$

Fläche des Buchstabens:

$$A_R + A_{HK} = 7 \text{ dm}^2 + 4,5 \text{ dm}^2 = 11,5 \text{ dm}^2$$



Aufgabe 6

2.9. $\xrightarrow{+7}$ 9.9. $\xrightarrow{+7}$ 16.9. $\xrightarrow{+7}$ 23.9. – 24.9. – 25.9. – 26.9. – 27.9.
Mo Mo Mo Mo Di Mi Do Fr

Der 27. September 2019 war ein **Freitag**.

Aufgabe 7

The diagram shows a funnel-shaped measuring cup on the left. To its right are three vertical graduated scales, each with markings at 250 ml, 500 ml, 750 ml, and 1000 ml. Below each scale is a small square box for an answer.

- Scale 1: 250 ml is at the bottom. Box:
- Scale 2: 250 ml is at the top. Box:
- Scale 3: 250 ml is at the top, 750 ml is at the bottom. Box:

Der Durchmesser des Messbechers wird von unten nach oben größer. Dadurch verschiebt sich auch die Höhe des zu messenden Volumens nach oben.

Aufgabe 8

Die Höhe des Dreiecks entspricht der Hälfte der Quadratseite.

$$h_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot a = 5 \text{ cm}$$

$$A_{\Delta} = 10 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} \cdot \frac{1}{2} = 25 \text{ cm}^2$$

oder

$$A_{\square} = 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2; A_{\Delta} = \frac{1}{4} \cdot A_{\square} = 25 \text{ cm}^2$$

$$A_{\Delta} = \frac{1}{2} g \cdot h$$

$$A_{\square} = a^2$$

Aufgabe 9

$$14:00 \xrightarrow{-15 \text{ min}} \xrightarrow{-20 \text{ min}} 13:25 \text{ Uhr}$$

Sie muss spätestens mit dem Zug um **13:02** Uhr fahren, damit sie um 13:19 Uhr in Nürnberg ankommt.

Aufgabe 10

a) $\sqrt{0,25} \quad \boxed{>} \quad 0,4 \quad (\text{da } \sqrt{0,25} = 0,5)$

b) $\frac{3}{8} \quad \boxed{>} \quad 2,5 \cdot 10^{-2} \quad (\text{da } \frac{3}{8} = 0,375 \text{ und } 2,5 \cdot 10^{-2} = 0,025)$

Aufgabe 11

Abmessen der Streckenlänge in der Karte:

München – Nürnberg: 3 cm

Passau – Aschaffenburg: 7 cm

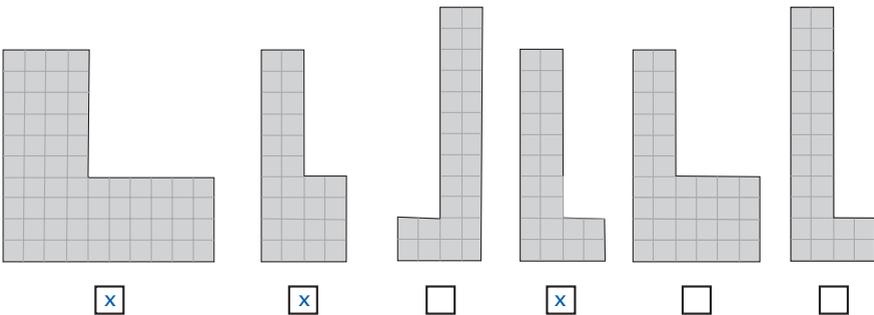
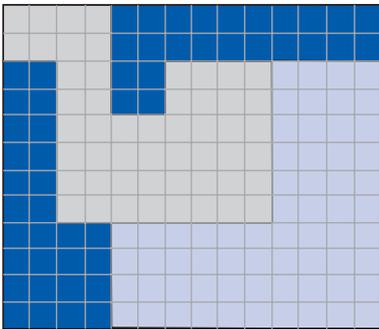
Berechnung der tatsächlichen Entfernung:

3 cm \triangleq 150 km

1 cm \triangleq 50 km

7 cm \triangleq 50 km \cdot 7 = 350 km

Aufgabe 12



Teil B

Aufgabengruppe I

Aufgabe 1

$$\left. \begin{array}{l} \text{Basketbälle: } x \\ \text{Fußbälle: } x - 10 \\ \text{Volleybälle: } 0,5x \end{array} \right\} 120$$

Gleichung:

$$\begin{array}{l} x + x - 10 + 0,5x = 120 \qquad | + 10 \\ 2,5x = 130 \qquad \qquad \qquad | : 2,5 \\ x = 52 \end{array}$$

Es werden gekauft:

$$\begin{array}{l} \text{Basketbälle: } 52 \\ \text{Fußbälle: } 52 - 10 = 42 \\ \text{Volleybälle: } 52 \cdot 0,5 = 26 \end{array}$$

Aufgabe 2

$$\begin{array}{l} \text{a) } 100\% \triangleq 169 \\ 1\% \triangleq 1,69 \\ x\% \triangleq 22 \Rightarrow x = 22 : 1,69 \approx 13\% \end{array}$$

13% der Tore wurden 2018 durch Elfmeter erzielt.

oder **Formel:**

$$p = \frac{22 \cdot 100}{169} \approx 13\%$$

$$p = \frac{PW \cdot 100}{GW}$$

$$\begin{array}{l} \text{b) Durchschnittlich durch Elfmeter erzielte Tore:} \\ (13 + 9 + 12 + 22) : 4 = 14 \end{array}$$

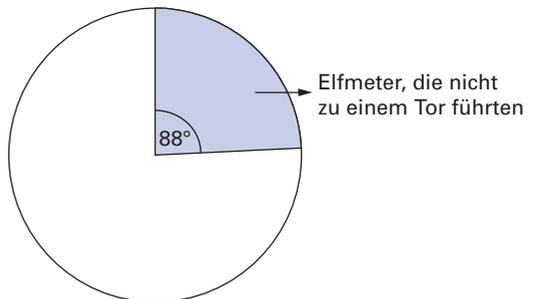
Je Weltmeisterschaft wurden durchschnittlich 14 Tore durch Elfmeter erzielt.

Arithmetisches Mittel:

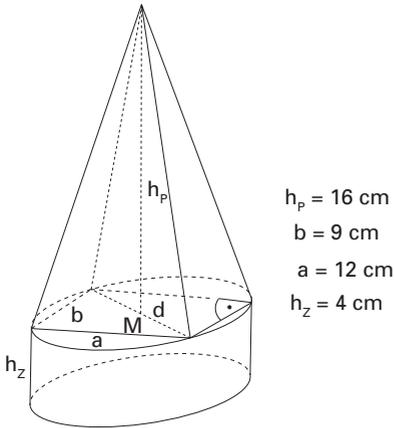
$$\bar{x} = \frac{\text{Summe aller Werte}}{\text{Anzahl der Werte}}$$

$$\begin{array}{l} \text{c) Insgesamt gegebene Elfmeter: } 74 \\ \text{Verschossene Elfmeter: } 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 74 \triangleq 360^\circ \\ 1 \triangleq \frac{360^\circ}{74} \approx 4,86^\circ \\ 18 \triangleq 4,86^\circ \cdot 18 \approx 88^\circ \end{array}$$



Aufgabe 3



Durchmesser des Zylinders:

$$d^2 = a^2 + b^2$$

$$d^2 = (12 \text{ cm})^2 + (9 \text{ cm})^2 = 144 \text{ cm}^2 + 81 \text{ cm}^2 \quad | \sqrt{}$$

$$d = \sqrt{225 \text{ cm}^2} = 15 \text{ cm} \Rightarrow r = 7,5 \text{ cm}$$

Pythagoras:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Volumen des Zylinders:

$$V_z = (7,5 \text{ cm})^2 \cdot 3,14 \cdot 4 \text{ cm}$$

$$V_z = 706,5 \text{ cm}^3$$

$$V_z = A \cdot h$$

$$= r^2 \cdot \pi \cdot h$$

Volumen der Pyramide:

$$V_p = \frac{1}{3} \cdot 9 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} \cdot 16 \text{ cm} = 576 \text{ cm}^3$$

$$V_p = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h$$

$$= \frac{1}{3} \cdot a \cdot b \cdot h$$

Gesamtvolumen des Werkstücks:

$$V_G = V_z + V_p = 706,5 \text{ cm}^3 + 576 \text{ cm}^3 = 1282,5 \text{ cm}^3$$

Aufgabe 4

a) Berechnung des Mittelpunktswinkels γ :

$$\gamma = 360^\circ : 5 = 72^\circ$$

Berechnung der Basiswinkel α , β :

$$\alpha = \beta = (180^\circ - 72^\circ) : 2 = 54^\circ$$

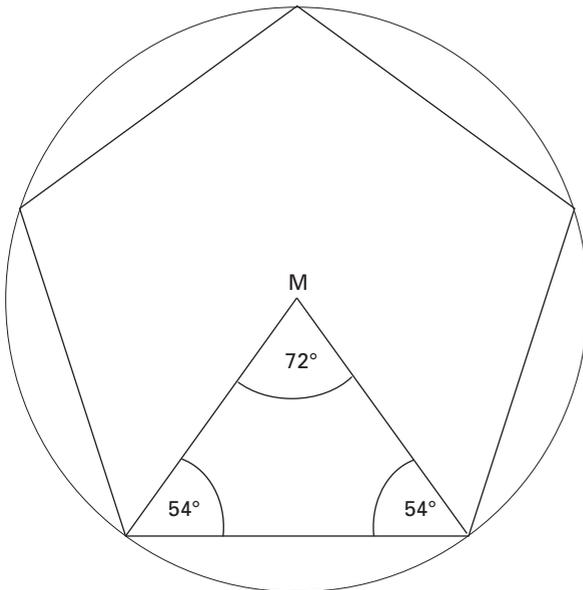
Winkelsumme im Dreieck:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

(Im gleichschenkligen Dreieck sind die Basiswinkel gleich groß.)

Konstruktion:

- (1) Zeichnen einer Fünfeckseite $\overline{AB} = 4,5 \text{ cm}$
- (2) Antragen der Winkel α und β
 \Rightarrow Schnittpunkt $M =$ Mittelpunkt des Kreises
- (3) Kreis um M mit $r = \overline{MA} = \overline{MB}$
- (4) Abtragen der Strecke \overline{AB} auf die Kreislinie
- (5) Verbinden der Eckpunkte zum Fünfeck



b) Seitenlänge des neuen Fünfecks:

$$s = 29,5 \text{ cm} : 5 = 5,9 \text{ cm}$$

Unterschied der Seitenlängen:

$$5,9 \text{ cm} - 4,5 \text{ cm} = 1,4 \text{ cm}$$

Die beiden Seitenlängen der Fünfecke unterscheiden sich um **1,4 cm**.

Aufgabengruppe II

Aufgabe 1

$$\begin{aligned} \frac{2x+9}{5} - \frac{1}{2} \cdot (x-15) &= \frac{3}{4} \cdot (13-7x) + 15 \\ \frac{2x}{5} + \frac{9}{5} - \frac{1}{2}x + \frac{15}{2} &= \frac{3 \cdot 13}{4} - \frac{3 \cdot 7x}{4} + 15 \\ 0,4x + 1,8 - 0,5x + 7,5 &= 9,75 - 5,25x + 15 \\ -0,1x + 9,3 &= 24,75 - 5,25x && | + 5,25x - 9,3 \\ 5,15x &= 15,45 && | : 5,15 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Aufgabe 2

a) Hotelkosten abzüglich Frühbucherrabatt:

$$\begin{aligned} 100\% &\triangleq 680 \text{ €} \\ 15\% &\triangleq 680 \text{ €} : 100 \cdot 15 = 102 \text{ €} \\ 680 \text{ €} - 102 \text{ €} &= 578 \text{ €} \end{aligned}$$

Preis abzüglich Skonto:

$$\begin{aligned} 100\% &\triangleq 578 \text{ €} \\ 98\% &\triangleq 578 \text{ €} : 100 \cdot 98 = 566,44 \text{ €} \end{aligned}$$

Bei sofortiger Zahlung müssen sie für das Hotel 566,44 € bezahlen.

b) Restgeld nach Benutzung des Klettergartens:

$$75 \text{ €} - 2 \cdot 23,50 \text{ €} = 28 \text{ €}$$

Anzahl der möglichen Fahrkarten:

$$28 \text{ €} : 5,70 \text{ €} = 4,912 \dots$$

⇒ Es können höchstens 4 Fahrkarten gekauft werden.

Aufgabe 3

Berechnung der halben Quadratfläche:

$$\frac{1}{2} \cdot A_{\square} = \frac{1}{2} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 18 \text{ cm}^2$$

$$A_{\square} = a^2$$

Berechnung der Höhe eines Parallelogramms:

$$h^2 = (7,5 \text{ cm})^2 - (6 \text{ cm})^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$h = \sqrt{20,25 \text{ cm}^2} = 4,5 \text{ cm}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Fläche eines Parallelogramms:

$$A_p = 6 \text{ cm} \cdot 4,5 \text{ cm} = 27 \text{ cm}^2$$

$$A_p = g \cdot h$$

Gesamtfläche:

$$A_G = \frac{1}{2} \cdot A_{\square} + 4 \cdot A_p$$

$$A_G = 18 \text{ cm}^2 + 4 \cdot 27 \text{ cm}^2 = 126 \text{ cm}^2$$

Aufgabe 4

a)

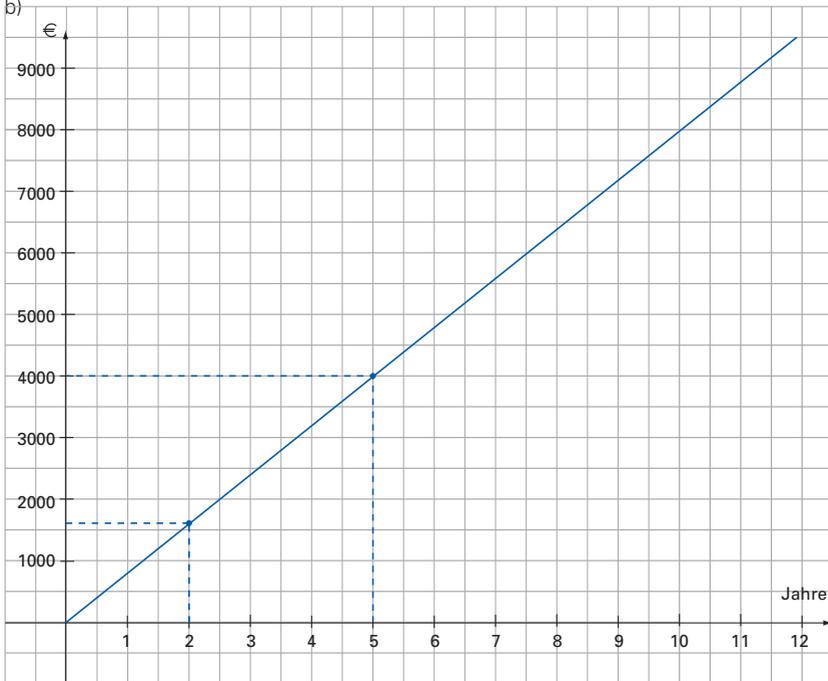
Mietzeit in Jahren	2	5	8	12
Miete für den Akku in €	1600 €	4000	6400 €	9600

Miete in 2 Jahren: $800 \text{ €} \cdot 2 = 1600 \text{ €}$

Miete in 8 Jahren: $800 \text{ €} \cdot 8 = 6400 \text{ €}$

Mietzeit bei 4000 € Miete: $4000 \text{ €} : 800 \text{ €} = 5 \text{ Jahre}$

b)



Maßstab: verkleinert

c) Kosten bei Kauf mit Akku: 29 860 €

Kosten bei Kauf ohne Akku in 9 Jahren:

$21\,460 \text{ €} + 9 \cdot 800 \text{ €} = 28\,660 \text{ €}$

$28\,660 \text{ €} < 29\,860 \text{ €}$

⇒ Angebot B ist für die Nutzung über 9 Jahre günstiger!

Aufgabengruppe III

Aufgabe 1

$$\begin{aligned}12 \cdot (1,3x + 10,4) - 3 \cdot (2x - 3) &= (8,1x + 2 \cdot 7,2) : 0,2 \\15,6x + 124,8 - 6x + 9 &= 40,5x + 72 \\9,6x + 133,8 &= 40,5x + 72 && | - 9,6x - 72 \\61,8 &= 30,9x && | : 30,9 \\2 &= x\end{aligned}$$

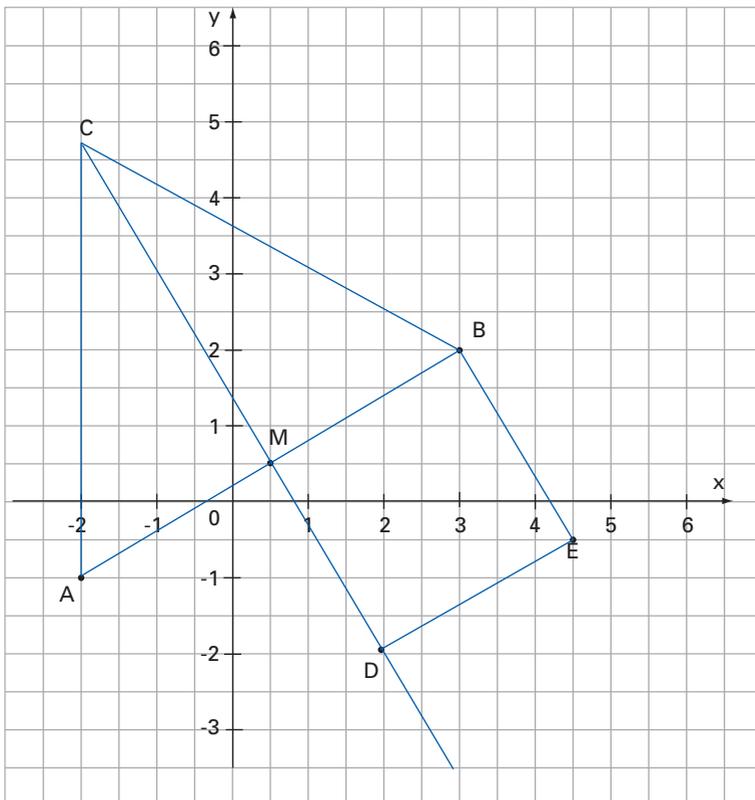
Aufgabe 2

- a) Abfälle von Bauarbeiten 2016: 100% \triangleq 199 Mio. t
111,5% \triangleq 199 Mio. t : 100 · 111,5 \approx 222 Mio. t
- b) Abfälle aus Privathaushalten 2012: 108% \triangleq 54 Mio. t
100% \triangleq 54 Mio. t : 108 · 100 = 50 Mio. t
- c) Gesamte Abfallmenge 2016: 14% \triangleq 58 Mio. t
100% \triangleq 58 Mio. t : 14 · 100 \approx 414 Mio. t

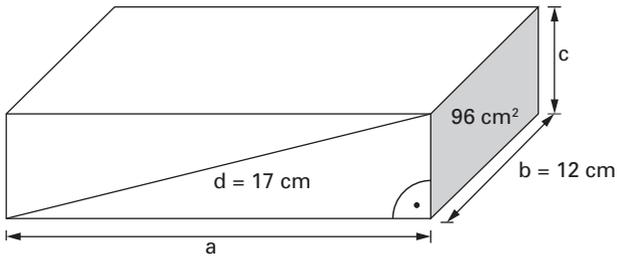
Aufgabe 3

Konstruktion:

- a) (1) Zeichnen von A und B und Verbindung zur Strecke \overline{AB}
- (2) Kreise um A und B mit $r = \overline{AB} \Rightarrow C$
- (3) Verbindung von A und B mit C
- b) (4) Kreise um A und B mit $r > \overline{AM}$ und Verbindung der Schnittpunkte $\Rightarrow M$
- c) (5) Kreis um M mit $r = \overline{MB} \Rightarrow D$
- (6) Kreise um D und B mit $r = \overline{MB} \Rightarrow E$
und Verbindung von E mit D und B



Aufgabe 4



Berechnung der Seitenlänge c :

$$c = 96 \text{ cm}^2 : 12 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Rechteck}} = a \cdot b$$

Berechnung der Seitenlänge a :

$$a^2 = d^2 - c^2$$

$$a^2 = (17 \text{ cm})^2 - (8 \text{ cm})^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$a = \sqrt{225 \text{ cm}^2} = 15 \text{ cm}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Berechnung der Oberfläche:

$$O = 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot b$$

$$O = 2 \cdot 15 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} + 2 \cdot 96 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 15 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm}$$

$$O = 240 \text{ cm}^2 + 192 \text{ cm}^2 + 360 \text{ cm}^2$$

$$O = 792 \text{ cm}^2$$