Prüfungsteil 1: Aufgaben ohne Hilfsmittel

Zu den Quickies – Ergebnisse auf einen Blick

Aufgabe 1

$0{,}6 \cdot 10^4 = 6000$

$\sqrt{49} = 7$

$(-2)^3 = -8$

Aufgabe 2

Die eingezeichnete Strecke zwischen Den Burg und De Koog ist etwa 2,5 cm lang. Die Strecke zwischen dem nördlichsten Punkt der Insel bis zu ihrem südlichsten Punkt ist etwa 12,5 cm lang, sie ist also etwa 5 mal so lang. Die eingezeichnete Strecke entspricht einer Entfernung von 5 cm, die Strecke zwischen dem nördlichsten Punkt bis zum südlichsten Punkt entspricht also etwa $5 \cdot 5$ km = 25 km.

Vorgehen: ich zeichne die Strecke zwischen dem nördlichsten Punkt zum südlichsten Punkt ein, messe die Länge der Strecke und setzte sie ins Verhältnis zur vorgegebenen Strecke. Dann multipliziere ich die vorgegebene Länge mit diesem Verhältnis.

Aufgabe 3

a) Um den Flächeninhalt der äußeren, schraffierten Fläche zu berechnen, müssen wir den Flächeninhalt des großen äußeren Rechtecks bestimmen und davon den Flächeninhalt des inneren, weißen Rechtecks abziehen.

Die Größe des äußeren Rechtecks beträgt: $20\text{ cm} \cdot (8\text{ cm} + 2 \cdot 2\text{ cm}) = 240\text{ cm}^2$

Die Größe des inneren Rechtecks beträgt: $8\text{ cm} \cdot (20\text{ cm} - 2 \cdot 2\text{ cm}) = 128\text{ cm}^2$

Die Flächengröße des gesuchten Rechtecks beträgt: $240\text{ cm}^2 - 128\text{ cm}^2 = 112\text{ cm}^2$

b) Aus der Abbildung lässt sich die Formel ablesen;

die Breite des Rechtecks beträgt b, die Länge: $a - 2 \cdot c$.

Also beträgt die Größe der Fläche: $b \cdot (a - 2 \cdot c)$.

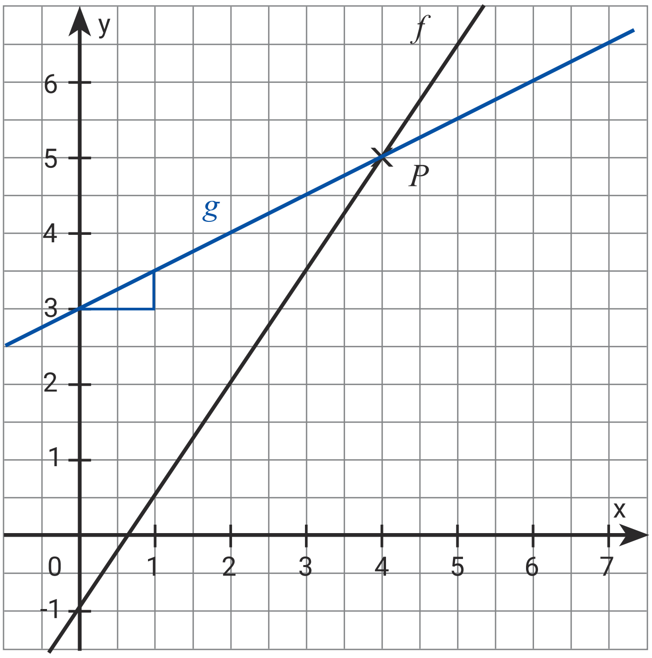
Aufgabe 4

a) Bei P (4 | 5) ist 4 die x-Koordinate. Setzt man diese in die Gleichung ein erhält man die y-Koordinate.

$y = 1{,}5 \cdot 4 - 1 = 6 - 1 = 5$

Die y-Koordinate ist 5, also liegt der Punkt P auf der Geraden.

b) Bei der Geradengleichung $y = 0{,}5\,x + 3$ ist 3 der y-Achsenabschnitt und 0,5 die Steigung m. Zunächst zeichnet man den y-Achsenabschnitt auf der y-Achse ein und zeichnet von dort aus das Steigungsdreieck, eine Einheit nach rechts, 0,5 Einheiten nach oben.



Aufgabe 5

a) Im Behälter befinden sich 2 schwarze Kugeln und 3 weiße Kugel, also insgesamt 2 + 3 = 5 Kugeln. Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses wird berechnet als das Verhältnis der Anzahl der günstigen Ergebnisse zur Gesamtzahl der möglichen Ergebnisse. In diesem Fall:

Günstige Ergebnisse (schwarze Kugel ziehen): 2

Mögliche Ergebnisse (beliebige Kugel ziehen): 5

Damit ist die Wahrscheinlichkeit eine schwarze Kugel zu ziehen $\frac{2}{5}$.

b) Beim zweimaligen Ziehen werden die einzelnen Wahrscheinlichkeiten multipliziert.

Die Wahrscheinlichkeit beim ersten Mal eine weiße Kugel zu ziehen ist $\frac{3}{5}$, die Wahrscheinlichkeit beim zweiten Mal (ohne Zurücklegen) eine weiße Kugel zu ziehen beträgt $\frac{2}{4}$, da ja nur noch vier Kugeln vorhanden sind, davon zwei weiße.

Die Wahrscheinlichkeit zwei Weiße Kugeln zu ziehen $P(w; w) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 30\ \%$.

Aufgabe 6

$\frac{4}{5}x + 40 = 48$ | $\cdot 5$

$4x + 200 = 240$ | $- 200$

$4x = 40$ | $: 4$

$x = 10$

oder

$\frac{4}{5}x + 40 = 48$ | $- 40$

$\frac{4}{5}x = 8$ |. 5

$4x = 40$ | $: 4$

$x = 10$

Prüfungsteil 2: Aufgaben mit Hilfsmitteln

Aufgabe 1: Aufgeblasen

a) Der Luftballon hat an dieser Stelle den Umfang 55,8 cm.

Den Zusammenhang zwischen Umfang und Radius erkennt man in der Formel:

$U = 2 \cdot \pi \cdot r$. Umgeformt und eingesetzt erhält man:

$r = \frac{U}{2\pi}$ cm

$r = \frac{55{,}8}{2\pi}$ cm

$r = 8{,}88$ cm

$r \approx 8{,}9$ cm

b) Um aus dem Radius r einer Kugel das Volumen V zu errechnen, verwendet man die Formel:

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (8{,}9\text{ cm})^3$

$V = 2950\text{ cm}^3$

Prüfungen

c) Um die Höhe des Wasserstands in dem Glaszylinder zu berechnen, verwenden wir die Formel für das Volumen eines Zylinders. Das Volumen eines Zylinders ist das Produkt aus der Grundfläche und der Höhe. Gegebene Werte sind:

Volumen des Wassers (V) = 8 Liter

Grundfläche des Glaszylinders (A) = 530 cm^2.

Um mit gleichen Einheiten rechnen zu können muss das Volumen in cm^3 umgerechnet werden.

1 Liter = 1000 cm^3; 8 Liter = 8000 cm^3.

Die Formel für das Volumen eines Zylinders lautet:

$V = A \cdot h$.

Wir können die Formel nach h umstellen:

$$h = \frac{V}{A}$$

$$h = \frac{8000\ \text{cm}^3}{530\ \text{cm}^2}$$

h = 15,094 cm

$h \approx$ 15,1 cm

Die Höhe des Wasserstands in dem Glaszylinder beträgt etwa 15,1 cm.

d) Das Volumen des verdrängten Wassers entspricht dem Volumen des Ballons. Es kann berechnet werden, indem man die Grundfläche des Zylinders mit dem Anstieg der Wassersäule multipliziert.

Volumen des Ballons (V_{Ballon}) = Grundfläche (A) $\cdot$ Anstieg des Wasserspiegels (Δh).

Durch Einsetzen erhält man:

V_{Ballon} = 530 $cm^2 \cdot$ 5,7 cm

V_{Ballon} = 3021 $cm^3 \approx$ 3020 cm^3.

Der Luftballon hat ein Volumen von ca. 3020 cm^3.

e) Um zu berechnen, um wie viel Prozent das durch eine Kugel abgeschätzte Volumen kleiner ist als das durch Eintauchen bestimmte Volumen, verwenden wir die Formel für die prozentuale Abweichung. Gegeben sind:

Abgeschätztes Volumen V_{Kugel} = 2950 cm^3

Durch Eintauchen bestimmtes Volumen $V_{Eintauchen}$ = 3020 cm^3

Die Formel für die prozentuale Abweichung (in diesem Fall, wie viel kleiner der erste Wert im Vergleich zum zweiten Wert ist) lautet:

Prozentuale Abweichung:

$$\frac{3020\ \text{cm}^3 - 2950\ \text{cm}^3}{3020\ \text{cm}^3} \cdot 100\%$$

$$= \frac{70\ \text{cm}^3}{3020\ \text{cm}^3} \cdot 100\%$$

= 0,023178 $\cdot$ 100%

= 2,3178 %

$\approx$ 2,32 %.

oder rechne mit dem Dreisatz:

$3020\ cm^3 \Leftrightarrow 100\%$

$1\ cm^3 \Leftrightarrow \frac{100}{3020\ cm^3}\ \%$

$2950\ cm^3 \Leftrightarrow \frac{2950 \cdot 100}{3020\ cm^3}\ \%$

= 97,6822 %

100% – 97,6822 %

= 2,3178 %

≈ 2,32 %.

Das durch eine Kugel abgeschätzte Volumen von 2950 cm^3 ist um etwa 2,32 % kleiner als das durch Eintauchen bestimmte Volumen von 3020 cm^3.

f) Linos Behauptung ist tatsächlich falsch!

Füllt man einen in der Regel quaderförmigen Karton mit annähernd kugelförmigen Luftballons, lässt sich der Karton nicht lückenlos mit Kugeln füllen, denn es entstehen Hohlräume, die nicht mit anderen Ballons gefüllt werden können.

Deshalb kann der Karton nicht vollständig mit Ballons gefüllt werden, bis das rechnerisch ermittelte Gesamtvolumen der Ballons dem Volumen des Kartons entspricht. Man wird also in der Realität weniger Ballons in den Karton bekommen, als die reine Volumenrechnung vermuten lässt.

Die Division des Gesamtvolumens des Kartons durch das Volumen eines einzelnen Ballons würde nur dann die exakte Anzahl der Ballons ergeben, wenn die Ballons den Raum des Kartons vollständig und ohne jegliche Lücken ausfüllen könnten, was aber unmöglich ist. Die Berechnung ergibt also eine zu hohe Anzahl an Ballons, die rein rechnerisch vom Volumen her in den Karton passen würden.

Aufgabe 2: Bienen

a)

Aussage	trifft zu	trifft nicht zu
Die Anzahl an Bienenvölkern im Jahr 2007 hat sich bis 2022 um genau 50 % erhöht.	☐	☒
In den angegebenen Jahren ist die Anzahl der Bienenvölker in Deutschland durchgängig gestiegen.	☐	☒
Im Jahr 2022 gab es fast 1 Million Bienenvölker in Deutschland.	☒	☐
Die Anzahl an Bienenvölkern ist von 2013 auf 2016 am stärksten gewachsen.	☒	☐

2007 gab es 670 000, 2022 996 000 Bienenvölker. Die ist eine Zunahme von 996 000 – 670 000 = 326000.

Die prozentuale Zunahme beträgt $\frac{326\,000}{670\,000} \cdot 100\,\% \approx 48{,}66\,\%$.

Die Aussage trifft nicht zu. Die Zunahme beträgt etwa 48,66 %, nicht genau 50 %.

Die Aussage trifft nicht zu. Die Anzahl der Bienenvölker ist von 2010 auf 2013 (von 695 000 auf 685 000) gesunken.

Im Jahr 2022 gab es 996.000 Bienenvölker in Deutschland, das sind fast 1 Million. Die Aussage trifft zu.

Das Wachstum für jeden Zeitraum beträgt:

- 2007 bis 2010: 695 000 – 670 000 = 25 000
- 2010 bis 2013: 685 000 – 695 000 = -10 000 (Abnahme)
- 2013 bis 2016: 822 000 – 685 000 = 137 000
- 2016 bis 2019: 942 000 – 822 000 = 120 000
- 2019 bis 2022: 996 000 – 942 000 = 54 000

Die Aussage trifft zu. Die größte Zunahme war 137000 von 2013 auf 2016.

b) Die Anzahl der Bienenvölker im Jahr 2016 betrug 822000, die Anzahl im Jahr 2019 betrug 942000.

Die absolute Zunahme: 942000 – 822000 = 120000. Die prozentuale Zunahme $\frac{120\,000}{822\,000} \cdot 100\% = 14{,}59\%$.

Die Anzahl der Bienenvölker im Jahr 2019 betrug 942000, die Anzahl im Jahr 2022 betrug 996000.

Die absolute Zunahme: 996000 – 942000 = 54000. Die prozentuale Zunahme $\frac{54\,000}{996\,000} \cdot 100\%=5{,}73\%$.

Caros Behauptung, dass die prozentuale Zunahme nahezu gleichgeblieben ist, stimmt nicht. Die prozentuale Zunahme von 2016 auf 2019 betrug rund 14,59 %, während sie von 2019 auf 2022 nur etwa 5,73 % betrug. Dies ist eine deutliche Verringerung der prozentualen Zunahme.

c) Eine Linearität zeichnet sich dadurch aus, dass die Zunahme zwischen aufeinanderfolgenden Werten konstant ist. Im vorliegenden Fall ist die Zunahme der Zellen nicht konstant. Der Sprung von 1 Zelle auf 7 Zellen bedeutet eine Zunahme von 6 Zellen. Wenn die Anzahl der Zellen linear wachsen würde, müsste man für den nächsten Sprung wieder 6 Zellen erwarten, also 13 Zellen. Die Abbildung zeigt jedoch 19 Zellen.

Die gegebene Formel $s_n = 1 + 3 \cdot n + 3 \cdot n^2$ bestätigt, dass kein linearer Zusammenhang besteht, da die Gleichung eine typische quadratische Funktion beschreibt.

d) Die Berechnung erfolgt mit Hilfe der angegebenen Formel. n = 3 wird in die Formel eingesetzt.

$s_3 = 1 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3^2$

$s_3 = 1 + 9 + 3 \cdot 9$

$s_3 = 1 + 9 + 27$

$s_3 = 37$

Die Anzahl der Zellen für n = 3 Ringe beträgt 37.

e) Um die Anzahl der Zellen zu bestimmen, die von einer Wabe mit 5 Ringen zu einer Wabe mit 6 Ringen neu hinzukommen, müssen wir zunächst die Gesamtzahl der Zellen für n=5 und n=6 Ringen berechnen und dann die Differenz bilden. Die Berechnung erfolgt mit Hilfe der angegebenen Formel mit n = 5 und n = 6.

$s_5 = 1 + 3 \cdot 5 + 3 \cdot 5^2$

$s_5 = 1 + 15 + 3 \cdot 25$

$s_5 = 1 + 15 + 75$

$s_5 = 91$

$s_6 = 1 + 3 \cdot 6 + 3 \cdot 6^2$

$s_6 = 1 + 18 + 3 \cdot 36$

$s_6 = 1 + 18 + 108$

$s_6 = 127$

Die Differenz beträgt 127 – 91 = 36.

Es kommen 36 neue Zellen hinzu, wenn man von einer Wabe mit 5 Ringen zu einer Wabe mit 6 Ringen übergeht.

f) Die Anzahl der Zellen beträgt 217. Um n zu bestimmen ist 217 für s_n einzusetzen und die Gleichung nach n aufzulösen.

$s_n = 1 + 3 \cdot n + 3 \cdot n^2$

$217 = 1 + 3 \cdot n + 3 \cdot n^2$

Um diese quadratische Gleichung zu lösen, werden alle Terme auf eine Seite gebracht, sodass die Gleichung gleich Null ist:

$3 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 1 - 217 = 0$

$3 \cdot n^2 + 3 \cdot n - 216 = 0$

Durch Division durch 3 erhält man

$n^2 + n - 72 = 0$

Mit Hilfe der pq-Formel lässt sich die quadratische Gleichung lösen:

Es ist $p = 1$ und $q = -72$

Die pq-Formel lautet: $n_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$n_{1/2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 72}$

$n_{1/2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{72{,}25}$

$n_1 = -0{,}5 + 8{,}5 = 8$ oder $n_2 = -0{,}5 - 8{,}5 = -9$

Die Anzahl der Ringe ist nicht negativ, daher ist die sinnvolle Lösung n = 8.

Eine Wabe mit 217 Zellen besteht aus 8 Ringen.

Aufgabe 3: Dreieck und Parabel

a) Die Fläche A eines Dreiecks berechnet sich mit der Formel $A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

Die Grundseite g = 6 cm, die Höhe h = 4,5 cm. Damit ist:

$A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 6\text{ cm} \cdot 4{,}5\text{ cm} = 3\text{ cm} \cdot 4{,}5\text{ cm} = 13{,}5\text{ cm}^2$

Der Flächeninhalt des Dreiecks ABC beträgt 13,5 cm².

b) Um den Umfang des Dreiecks ABC zu bestimmen, benötigt man die Länge der Strecken $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ und $\overline{CA}$. Dann ist der Umfang $U = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$

Die Strecke $\overline{AB} = g$ = 6 cm (s. Aufgabe 3a).

Das Dreieck OBC ist rechtwinklig, $\overline{BC}$ lässt sich mit Hilfe des Satzes des Pythagoras berechnen:

$\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2$ oder umgeformt $\overline{BC} = \sqrt{\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2}$.

$\overline{OB}$ ist die Hälfte der Grundseite g des Dreiecks ABC und hat die Länge 3 cm.

$\overline{OC}$ ist die Höhe h des Dreiecks ABC und hat die Länge 4,5 cm (s. Aufgabe 3a).

Eingesetzt erhält man:

$\overline{BC} = \sqrt{3^2 + 4{,}5^2}$

$= \sqrt{9 + 20{,}25}$

$= \sqrt{29{,}25}$

$\approx 5{,}41$ cm

Da das Dreieck ABC gleichschenklig ist, sind $\overline{BC}$ und $\overline{CA}$ gleichlang.

Also ist der Umfang $U = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$ = 6 cm + 5,41 cm + 5,41 cm = 16,82 cm.

c) Um die Größe des Winkels α zu berechnen, benötigt man Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck AOC.

Es gilt $\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{G}{H} = \frac{4{,}5}{3} = 1{,}5$.

Um den Winkel α zu finden, verwenden wir die Umkehrfunktion des Tangens (arctan oder $\tan^{-1}$):

$\alpha = \arctan(1{,}5)$.

$\alpha \approx 56{,}31°$.

Die Größe des Winkels α beträgt ungefähr 56,31°.

d) Eine Parabelgleichung in der Form $f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ gibt die Nullstellen x_1 und x_2 der Parabel an. Das sind die Punkte, an denen die Parabel die x-Achse schneidet.
Die Koordinaten von A(3 | 0) und B(-3 | 0) zeigen, dass A und B Nullstellen sind.
Also passt $f(x) = a \cdot (x - (-3)) \cdot (x - 3) = a \cdot (x + 3) \cdot (x - 3))$ als Funktionsgleichung.

Der Vorfaktor a gibt an, ob die Parabel nach oben oder nach unten geöffnet ist. Da die Parabel nach unten geöffnet ist muss a negativ sein, also muss gelten $a < 0$.

e)

	richtig	falsch
Verschiebt Meltem den Punkt C auf der y-Achse nach oben, wird die Parabel gestaucht.	☐	☒
Verschiebt Meltem den Scheitelpunkt C auf den Punkt (0 | −1), ist die Parabel nach oben geöffnet.	☒	☐
Der Flächeninhalt des Dreiecks bleibt unverändert, wenn Meltem den Punkt C entlang der y-Achse verschiebt.	☐	☒

Wenn Meltem den Punkt C auf der y-Achse nach oben verschiebt, bedeutet das, dass der y-Wert von C größer wird. Die Parabel wird also gestreckt.

Der Scheitelpunkt C liegt nun bei (0 | -1). Da der Scheitelpunkt jetzt unterhalb der x-Achsenschnittpunkte liegt, ist die Parabel nach oben geöffnet.

Der Flächeninhalt des Dreiecks berechnet sich nach der Formel $A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$. Da die Grundseite g unverändert bleibt, sich die Höhe h aber verändert, verändert sich auch der Flächeninhalt.

f) Um einen rechten Winkel in einem Dreieck zu erhalten, müssen zwei Seiten des Dreiecks senkrecht zueinanderstehen, dies müssen die Seiten BC und CA sein. Im Dreieck ABC muss dann der Satz des Pythagoras gelten. AB ist die Hypotenuse mit der Länge 6 cm, die Katheten BC und CA sind gleichlang, da das Dreieck gleichschenklig

$\overline{BC}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{AB}^2$

$2 \cdot \overline{CA}^2 = \overline{AB}^2$

$2 \cdot \overline{CA}^2 = 36$

$\overline{CA}^2 = 18$

Die Länge von CA hängt von der y-Koordinate von C ab. Im Dreieck AOC kann man wieder den Satz des Pythagoras anwenden.

$y_c^2 + \overline{AO}^2 = \overline{CA}^2$

AO ist 3 cm lang, d.h. $\overline{AO} = 3$. Eingesetzt erhält man:

$y_c^2 + 3^2 = 18$

$y_c^2 = 9$

$y_c = 3$ oder $y_c = -3$

Es gibt also nur C(0 | 3) und C(0 | -3) als mögliche Koordinaten von C.

hutt.lernhilfen ist eine Marke der
Bergmoser + Höller Verlag AG

Karl-Friedrich-Str. 76
52072 Aachen
DEUTSCHLAND
T 0241-93888-123
F 0241-93888-188
E kontakt@buhv.de
www.buhv.de

Umsatzsteuer-Id.Nr.: DE 123600266
Verkehrsnummer: 10508
Handelsregister Aachen HRB 8580

Vorstand:
Andreas Bergmoser
Michael Bruns

Aufsichtsratsvorsitz:
Holger Knapp

Autor:
Dr. Gerd Kogel

Lektorat:
Svenja Lückerath
Magdalena Noack

Ausgabe 2025/2026