Teil A

1. Für orthogonale Geraden ($g_1 \perp g_2$) gilt:

$m_1 \cdot m_2 = -1$ bzw. $m_1 = -\frac{1}{m_2}$

$\rightarrow$ $m_1 = -0{,}5$; $m_2 = 2$

$\rightarrow$ $-0{,}5 \cdot 2 = -1$ $\rightarrow$ die Geraden stehen aufeinander senkrecht

2. $d_{Kugel} = a_{Würfel}$

Oberfläche des Würfels: $O = 6 \cdot a^2$

$600\ cm^2 = 6 \cdot a^2 \quad | : 6$

$100\ cm^2 = a^2 \quad | \sqrt{\ }$

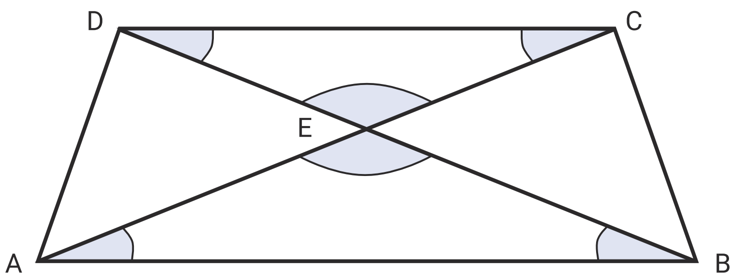
$a = 10\ cm$

Radius der Kugel: $r = \frac{1}{2} \cdot a = \frac{1}{2} \cdot 10\ cm = 5\ cm$

3. $\frac{x^{n+1}}{x^n} = x^{n+1} : x^n = x^{n+1-n} = x^1 = x$

$\boxed{x^m : x^n = x^{m-n}}$

4.



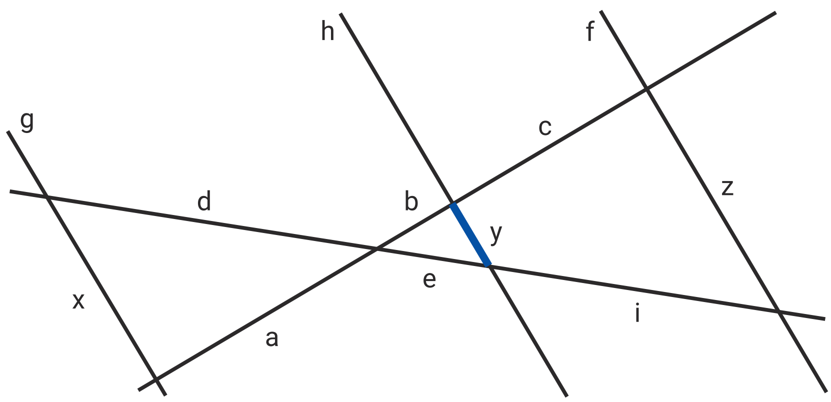
In ähnlichen Dreiecken sind entsprechende Winkel gleich groß

Hier: ∢ AEB = ∢ DEC (Scheitelwinkel)

∢ DCE = ∢ EAB (Wechselwinkel)

∢ ABE = ∢ CDE (Wechselwinkel)

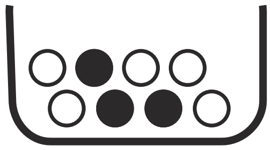
5.



Nach dem 2. Strahlensatz (die Strecken liegen auf einem Strahl und den beiden Parallelen) ist die benötigte Strecke x,

da $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$.

6. Ausgangssituation: 6 weiße, 4 schwarze Kugeln
   Nach dem 1. Zug: 6 weiße, 3 schwarze Kugeln
   $\rightarrow$ d. h. 1 schwarze Kugel wurde entnommen
   Nach dem 2. Zug müssen sich noch 3 schwarze Kugeln im Behälter befinden, da diese auch noch nach dem 3. Zug enthalten sind.
   Das heißt wiederum, dass mit dem 2. Zug eine weiße Kugel entnommen wurde.
   Nach dem 2. Zug müssen also 3 schwarze und 5 weiße Kugeln vorhanden sein.

   $\rightarrow$ 

7. $\frac{(x+3)^2}{2} - \frac{(2-x)^2}{4} = 20 - x$
   Die Definitionsmenge umfasst alle reellen Zahlen ($\mathbb{D} - \mathbb{R}$), da die Nenner in diesem Fall den Wert 0 annehmen können. (Kein x im Nenner!)

8. Falsche Aussagen:
   ☒ Der Graph ist eine Parabel.
   ☒ Die prozentuale Zunahme entspricht dem Wachstumsfaktor.

Teil B

Aufgabengruppe I

1. a) A (1 | -3), B (3 | -5) $\in g_1$
   - Berechnung des Steigungsfaktors m_1:
     $m_1 = \frac{-5 - (-3)}{3 - 1} = \frac{-2}{2} = -1$
   - Bestimmung des Achsenabschnitts t_1 durch Einsetzen der Koordinaten von A in die Normalform:
     $-3 = (-1) \cdot 1 + t_1 \qquad | + 1$
     $-2 = t_1$
     $\rightarrow g_1: y = -x - 2$

   $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

   Normalform
   $y = m \cdot x + t$

   b) $g_2: y = 3x - 3 \qquad | \text{ C } (1{,}5 \mid 1{,}5)$
   Einsetzen der Koordinaten von C in die Funktionsgleichung:
   $1{,}5 = 3 \cdot 1{,}5 - 3$
   $1{,}5 = 1{,}5 \quad \rightarrow$ wahre Aussage!
   $\rightarrow$ C liegt auf g_2

c) $D(3 \mid -2) \in g_3$

$g_3 \perp g_2$

Bestimmung des Steigungsfaktors m_3:

$m_3 = -\frac{1}{3}$

$m_3 = -\frac{1}{m_2}$

Einsetzen der Koordinaten von D in die Normalform:

$-2 = -\frac{1}{3} \cdot 3 + t_3 \quad | +1$

$-1 = t_3$

$\rightarrow g_3: y = -\frac{1}{3} \cdot x - 1$

d) Schnittpunkt mit der x-Achse $\rightarrow y = 0$

$\rightarrow 0 = -x - 1 \quad | + x$

$x = -1$

$\rightarrow N_4(-1 \mid 0)$

e) $g_2: y = 3x - 3$; $g_4: y = -x - 1$

$\rightarrow$ Schnittpunkt S $\rightarrow y_2 = y_4$

$\rightarrow 3x - 3 = -x - 1 \quad | + x + 3$

$4x = 2 \quad | : 4$

$x = 0{,}5$

$\rightarrow$ Einsetzen von $x = 0{,}5$ in eine Geradengleichung z.B. g_2: $y = 3 \cdot 0{,}5 - 3 = -1{,}5$

$\rightarrow S(0{,}5 \mid -1{,}5)$

f) $g_5: y = \frac{3}{7}x - 3$; $g_6: y = \frac{3}{7}x + 7$

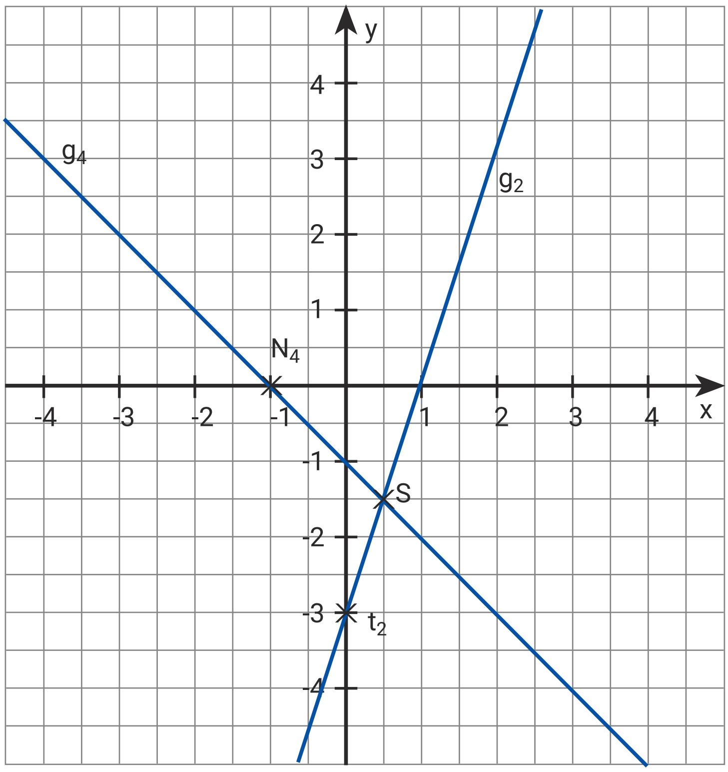
$\rightarrow$ Beide Geraden sind parallel, weil sie denselben Steigungsfaktor $m = \frac{3}{7}$ haben.

$\rightarrow$ Damit beide Geraden mindestens einen gemeinsamen Punkt besitzen, muss also m_5 oder m_6 verändert werden.

$\rightarrow$ z. B. $g_5: y = 4x - 3 \quad (m = 4)$

g) $g_2 : y = 3x - 3$

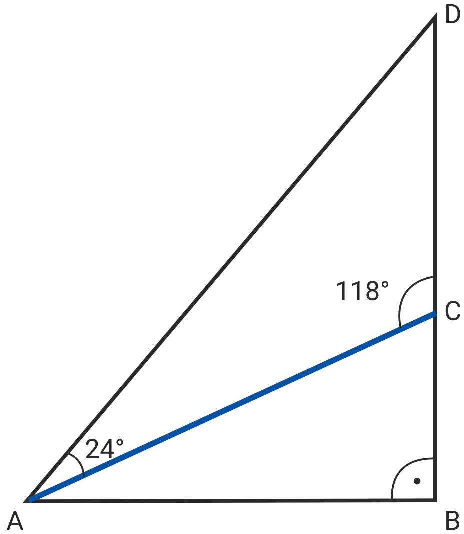
$g_4 : y = -x - 1$



Konstruktionshilfspunkte:

S (0,5 | -1,5); t_2 = -3; N_4 (-1 | 0)

2. a)



$\overline{AC}$ = 53 m

$A_{ACD} = A_{ABD} - A_{ABC}$

$A_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BD}$

$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC}$

$$\boxed{A_\triangle = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h}$$

- Berechnung des Winkels ACB:
  $\sphericalangle$ ACB = 180° – 118° = 62° (Nebenwinkel)
- Berechnung des Winkels BAC:
  $\sphericalangle$ BAC = 180° – 90° – 62° = 28°

Winkelsumme im Dreieck
$\alpha + \beta + \gamma = 180°$

- Länge der Strecke $\overline{AB}$:

$\cos 28° = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$

$\cos 28° = \frac{\overline{AB}}{53\text{ m}} \quad | \cdot 53\text{ m}$

$\overline{AB} = 0{,}8829 \cdot 53\text{ m} \approx 46{,}8\text{ m}$

- Länge der Strecke $\overline{BC}$:

$\overline{BC}^2 = (53\text{ m})^2 - (46{,}8\text{ m})^2 \quad | \sqrt{\ }$

$BC = \sqrt{618{,}76\text{ m}^2} \approx 24{,}9\text{ m}$

- Länge der Strecke $\overline{BD}$:

$\tan(24° + 28°) = \frac{\overline{BD}}{46{,}8\text{ m}}$

$\tan 52° = \frac{\overline{BD}}{46{,}8\text{ m}} \quad | \cdot 46{,}8\text{m}$

$\overline{BD} = \tan 52° \cdot 46{,}8\text{ m}$

$\overline{BD} = 1{,}28 \cdot 46{,}8\text{ m} \approx 59{,}9\text{ m}$

- Fläche des Dreiecks ACD:

$A_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot 46{,}8\text{ m} \cdot 59{,}9\text{ m} - \frac{1}{2} \cdot 46{,}8\text{ m} \cdot 24{,}9\text{ m}$

$= 1401{,}66\text{ m}^2 - 582{,}66\text{ m}^2$

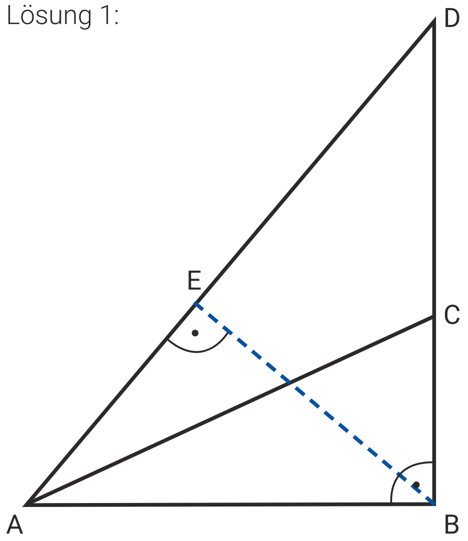
$= 819\text{ m}^2$

$\cos\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypothenuse}}$

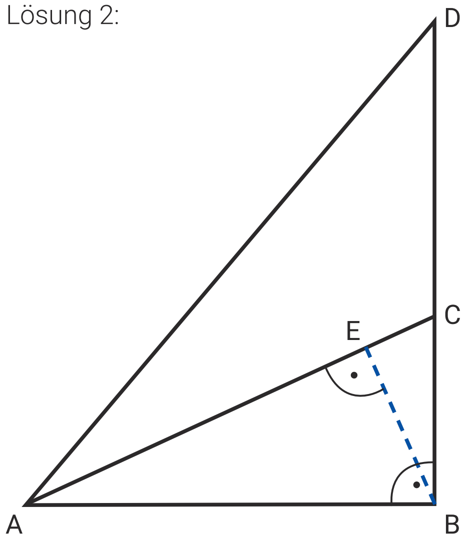
Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$

$\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

b) Lösung 1:



Lösung 2:



Lösung 1:

Höhensatz:
$\overline{EB}^2 = \overline{AE} \cdot \overline{ED}$

Kathetensatz:
$\overline{AB}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{AE}$
$\overline{BD}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{DE}$

Lösung 2:

Höhensatz:
$\overline{EB}^2 = \overline{AE} \cdot \overline{EC}$

Kathetensatz:
$\overline{BC}^2 = \overline{AC} \cdot \overline{EC}$
$\overline{AB}^2 = \overline{AC} \cdot \overline{EA}$

Höhensatz:
$h^2 = p \cdot q$

Kathetensatz:
$b^2 = c \cdot q$
$a^2 = c \cdot p$

3. $\dfrac{9\,x^{-2}y \cdot 4y^{2}z^{-3} \cdot 5\,x^{7}\,y^{-1}z}{2y^{2} \cdot 3x^{-2}y^{-1} \cdot 2x^{1}z^{-2}}$ | ordnen und zusammenfassen

$= \dfrac{9 \cdot 4 \cdot 5 \cdot x^{-2} \cdot x^{7} \cdot y \cdot y^{2} \cdot y^{-1} \cdot z^{-2}}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x^{-2} \cdot x^{1} \cdot y^{2} \cdot y^{-1} \cdot z^{-2}}$ | kürzen

$= \dfrac{3 \cdot 5 \cdot 1 \cdot x^{7} \cdot y \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot x^{1} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}$

$= 15\,x^{6}\,y$

> Potenzgesetze:
> $a^{m} \cdot a^{n} = a^{m+n}$
> $a^{m} : a^{n} = a^{m-n}$

4. a) Scheitelpunkt $S_1(2 \mid 5)$:
   Scheitelpunktgleichung (Parabel nach unten geöffnet)
   $y = -(x-2)^2 + 5$
   Umformung in die Normalform::
   $y = -(x^2 - 4x + 4) + 5$ | Klammer auflösen und zusammenfassen
   $y = -x^2 + 4x + 1$

> Scheitelpunktgleichung:
> $y = \pm\,(x - x_S)^2 + y_S$

> Normalform:
> $y = x^2 + p \cdot x + q$

   b) Spiegelung an der x-Achse:
   $\rightarrow S_2\ (2 \mid -5)$; p_2 ist nach oben geöffnet
   Scheitelpunktgleichung
   $y = (x-2)^2 - 5$

   c) p_3: $y = x^2 - 8x + 7$
   N_1 und N_2 sind Nullstellen $\rightarrow y = 0$
   Berechnung der Koordinaten
   $0 = x^2 - 8x + 7$ | Umformung
   $x^2 - 8x = -7$
   Lösung durch quadratische Ergänzung:
   $x^2 - 8x + 4^2 = -7 + 4^2$
   $(x-4)^2 = 9$ | $\sqrt{\ }$
   $x - 4 = \pm 3$ | $+ 4$
   $x_1 = 3 + 4 = 7$ $\rightarrow N_1\ (7 \mid 0)$
   $x_2 = -3 + 4 = 1$ $\rightarrow N_2\ (1 \mid 0)$

   d) p_3: $y = x^2 - 8x + 7$; $A\ (4 \mid -8)$; $B\ (10 \mid 27)$
   - Überprüfung von A durch Einsetzen der Koordinaten:
     $-8 = 4^2 - 8 \cdot 4 + 7$
     $-8 = -9$ $\rightarrow$ falsche Aussage! $\rightarrow$ A liegt nicht auf p_3
   - Überprüfung von B:
     $27 = 10^2 - 8 \cdot 10 + 7$
     $27 = 100 - 80 + 7 = 27$ $\rightarrow$ wahr! $\rightarrow$ B liegt auf p_3

e) g: $y = x - 9$; p_4: $y = -x^2 + 3x - 6$

→ y-Werte gleichsetzen und quadratische Gleichung lösen

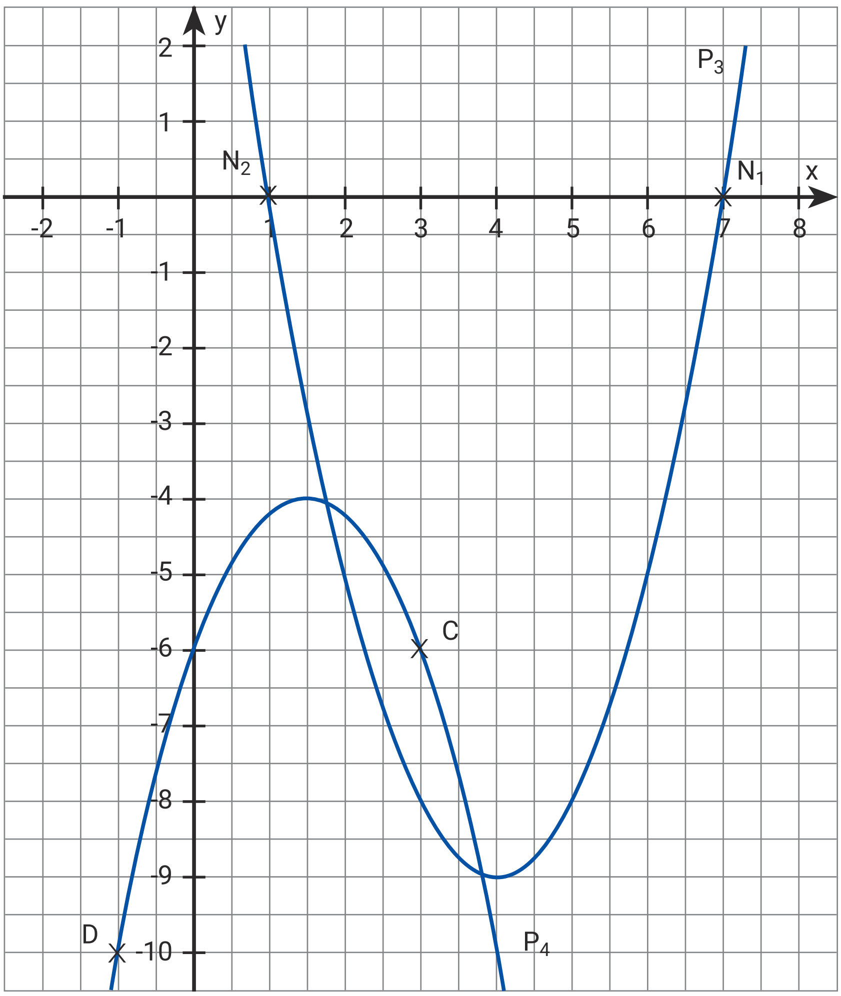
$$
\begin{aligned}
-x^2 + 3x - 6 &= x - 9 && |\ -x + 6\\
-x^2 + 2x &= -3 && |\ (-1)\text{ ausklammern}\\
-(x^2 - 2x) &= -3 && |\ \text{Klammer quadratisch ergänzen}\\
-(x^2 - 2x + 1^2 - 1^2) &= -3 && |\ \text{binomische Formel bilden}\\
-((x-1)^2 - 1) &= -3 && |\ \text{Klammer auflösen}\\
-(x-1)^2 + 1 &= -3 && |\ -1\\
-(x-1)^2 &= -4 && |\ \cdot(-1)\\
(x-1)^2 &= 4 && |\ \sqrt{\ }\\
x - 1 &= \pm 2 && |\ +1\\
x_1 &= +2 + 1 = 3\\
x_2 &= -2 + 1 = -1
\end{aligned}
$$

- Einsetzen von x_1 und x_2 in die Geradengleichung:
  $y_1 = x_1 - 9 = 3 - 9 = -6$
  $y_2 = x_2 - 9 = -1 - 9 = -10$
- Schnittpunkte:
  C (3 | -6); D (-1 | -10)

f) Zeichnung

p_3: $y = x^2 - 8x + 7$; N_1 (7 | 0); N_2 (1 | 0) (nach oben geöffnet)

p_4: $y = -x^2 + 3x - 6$; C (3 | -6); D (-1 | -10) (nach unten geöffnet)



5. a) Jährlicher Zuwachs in %:

$101 \text{ Mio.} = 88 \text{ Mio.} \cdot q^9$

$101 \text{ Mio.} : 8 \text{ Mio.} = q^9$

$q^9 \approx 1{,}15$

$q = \sqrt[9]{1{,}15} \approx 1{,}0154$

$\rightarrow p = 1{,}54\ \%$

$W_n = W_0 \cdot q^n$

$q = 1 + \frac{p}{100}$

b) Übernachtungen von 2019 bis 2021:

$W_n = 101 \text{ Mio.} \cdot 0{,}777 \approx 61 \text{ Mio.}$

$q = 1 - \frac{p}{100}$

c) Zeitspanne in Jahren:

$q = 1{,}0165$

$101 \text{ Mio.} = 62 \text{ Mio.} \cdot 1{,}0165^n$

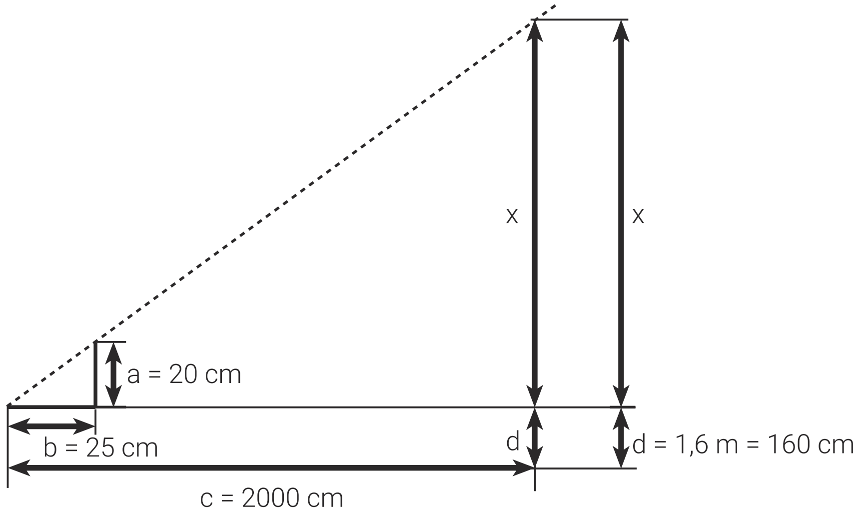
$1{,}0165^n = 101 \text{Mio.} : 62 \text{ Mio.}$

$n = \log_{1{,}0165} \frac{101}{62} \text{ Mio.}$

$n = \log 1{,}629 : \log 1{,}0165 = 29{,}82 \approx 30 \text{ Jahre}$

$a^x = b$
$x = \log_a b$

6.



Berechnung von x:

$\frac{x}{2000 \text{ cm}} = \frac{20 \text{ cm}}{25 \text{ cm}}$

$x = \frac{20 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} \cdot 2000 \text{ cm} = 1600 \text{ cm} = 16 \text{ m}$

Höhe des Baumes:

$h = 16 \text{ m} + 1{,}6 \text{ m} = 17{,}6 \text{ m}$

2. Strahlensatz
$\frac{x}{c} = \frac{a}{b}$

7. Berechnung der Kantenlänge des Würfels:

$a^3 = 100 \text{ cm}^3$

$a = \sqrt[3]{100 \text{ cm}^3} \approx 4{,}64 \text{ cm}$

- Berechnung des Kugelvolumens:

  $V = \frac{M}{D} = \frac{550 \text{ g}}{8{,}73 \text{ g/cm}^3} \approx 63 \text{ cm}^3$

- Berechnung des Kugeldurchmessers:

  $63 \text{ cm}^3 = \frac{1}{6} \cdot d^3 \cdot 3{,}14 \qquad | \cdot 6 : 3{,}14$

  $d^3 = 63 \text{ cm}^3 \cdot 6 : 3{,}14$

  $d = \sqrt[3]{120{,}38 \text{ cm}^3} \approx 4{,}9 \text{ cm}$

$A_W = a^3$

$M = D \cdot V$

$V = \frac{1}{6} \cdot d^3 \cdot \pi$

- Vergleich von a_W und d_K:
  4,64 cm < 4,9 cm
  $\rightarrow a_W < d_K$
  $\rightarrow$ Die Kugel passt nicht in den Würfel.

8. $\dfrac{32}{8x + 16} = \dfrac{5}{2x + 4}$

$\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{-2\}$,
da bei x = -2 beide Nenner den Wert 0 ergeben.
(Division durch 0 ist nicht definiert!)

Lösung der Gleichung durch Multiplikation mit dem Hauptnenner (8x + 16)(2x + 4)

$$\begin{aligned}
\frac{32 \cdot (8x+16) \cdot (2x+4)}{8x+16} &= \frac{5x \cdot (8x+16) \cdot (2x+4)}{2x+4} && |\ \text{kürzen}\\
32 \cdot (2x+4) &= 5x\,(8x+16) && |\ \text{Klammern ausmultiplizieren}\\
64x + 128 &= 40x^2 + 80x && |\ -64x\\
40x^2 + 16x - 128 &= 0 && |\ :40\\
x^2 + 0{,}4x - 3{,}2 &= 0 && |\ \text{quadratisch ergänzen}\\
x^2 + 0{,}4x + 0{,}2^2 - 0{,}2^2 - 3{,}2 &= 0 && |\ +3{,}24\\
(x+0{,}2)^2 &= 3{,}24 && |\ \sqrt{\ }\\
x + 0{,}2 &= \pm 1{,}8 && |\ -0{,}2\\
x_1 &= 1{,}8 - 02 = 1{,}6\\
x_2 &= -1{,}8 - 0{,}2 = -2 = -2 \notin \mathbb{D}
\end{aligned}$$

$\rightarrow \quad \mathbb{L} = \{ 1{,}6 \}$

2. Möglichkeit: Lösung mit der Lösungsformel::

$x^2 + 0{,}4x - 3{,}2 = 0$

$p = 0{,}4\ ;\ q = -3{,}2$

$\rightarrow x_{1/2} = -\dfrac{0{,}4}{2} \pm \sqrt{\left(\dfrac{-0{,}4}{2}\right)^2 - (-3{,}2)}$

$x_{1/2} = -0{,}2 \pm \sqrt{0{,}04 + 3{,}2}$

$x_{1/2} = -0{,}2 \pm 1{,}8$

$x_1 = -0{,}2 + 1{,}8 = 1{,}6$

$x_2 = -0{,}2 - 1{,}8 = -2$ $\quad\rightarrow$ nicht definiert!

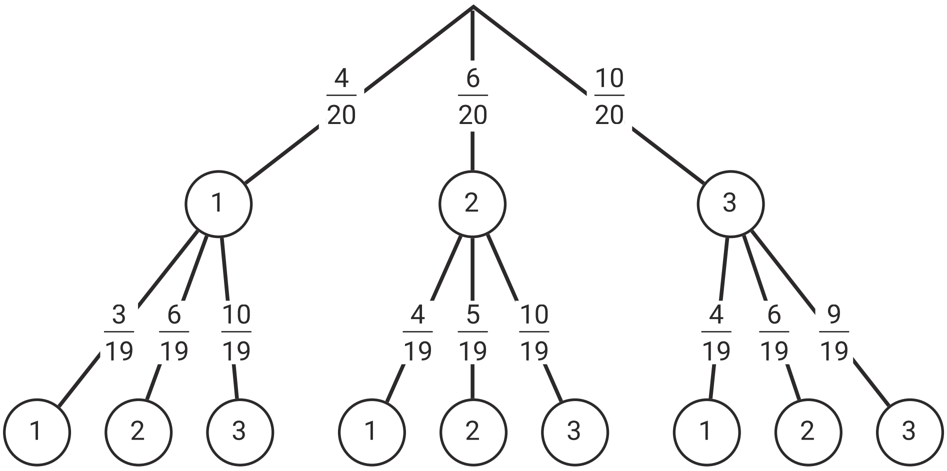
$\rightarrow \mathbb{L} = \{ 1{,}6 \}$

Lösungsformel
$x^2 + p \cdot x + q = 0$
$x_{1/2} = -\dfrac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\dfrac{p}{2}\right)^2 - q}$

Prüfungen

9. a) Baumdiagramm

viermal 1; sechsmal 2; zehnmal 3 (insgesamt 20 Kugeln)



b) Wahrscheinlichkeit für 3 gleiche Zahlen:

$$\frac{4}{20}\cdot\frac{3}{19}\cdot\frac{2}{18}+\frac{6}{20}\cdot\frac{5}{19}\cdot\frac{4}{18}+\frac{10}{20}\cdot\frac{9}{19}\cdot\frac{8}{18} = \frac{864}{6840} = \frac{12}{95}$$

c) Anzahl der Kombinationen:

$\rightarrow$ Anwendung der Produktregel

$3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

Es können 27 unterschiedliche dreistellige Zahlen auftreten.

10.

$2 \cdot 9x \cdot 13y^3$

a) $\boxed{81x^2} - \boxed{234xy^3} + 169y^6 = \left(9x - \boxed{13y^3}\right)^2$

$\sqrt{}$

$(9x)^2$

2. binomische Formel:
$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

b) $-\left(\boxed{7x} - 15y\right)^2 = -49x^2 \boxed{+} 210xy \boxed{-} 225y^2$

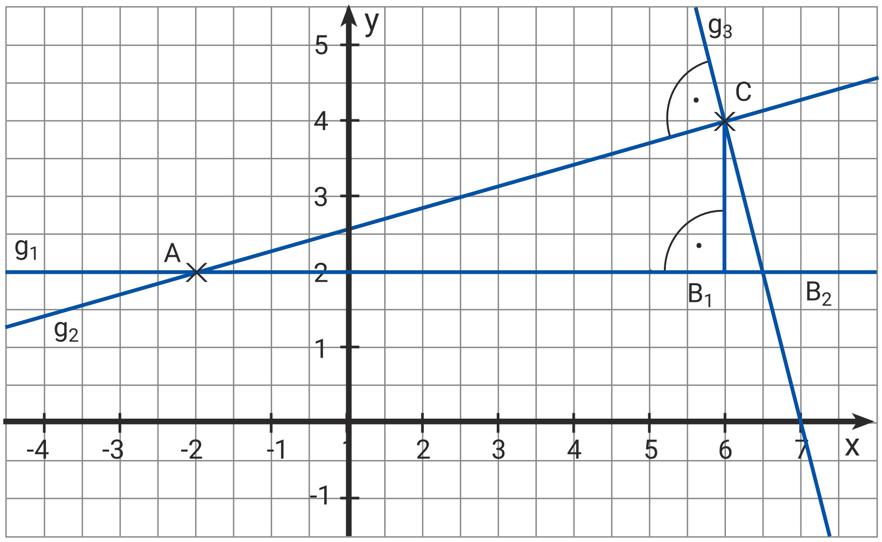
$\sqrt{49x^2}$

$-(49x - 210xy + 225y^2)$ $-49x^2 \oplus 210xy \ominus 225y^2$

2. binomische Formel:
$-(a - b)^2 = -a^2 + 2ab - b^2$

Aufgabengruppe II

1. a) g_1, g_2, g_3, A (-2 | 2), C (6 | 4)



b) $\overline{AC}$ ist Hypotenuse im rechtwinkligen Dreieck AB_1C

$\overline{AC}^2 = \overline{AB_1}^2 + \overline{B_1C}^2$

$\overline{AC}^2 = (2\text{ cm} + 6\text{ cm})^2 + (2\text{ cm})^2$

$\overline{AC}^2 = 64\text{ cm}^2 + 4\text{ cm}^2 \quad | \sqrt{\ }$

$AC = \sqrt{68\text{ cm}^2} \approx 8{,}25\text{ cm}$

Pythagoras:
$a^2 + b^2 = c^2$

c) g_1 II x-Achse und verläuft durch A(-2 | 2)

$\rightarrow$ m = 0; t = 2

$\rightarrow$ g_1: y = 2

$y = m \cdot x + t$

d) A (-2 | 2) $\in g_2$; C (6 | 4) $\in g_2$

- Bestimmung von m_2:

$$m_2 = \frac{4-2}{6-(-2)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- Bestimmung des Achsenabschnitts t_2 durch Einsetzen des ermittelten m_2 und der Koordinaten von A (oder C):

$$y = m \cdot x + t$$

$$2 = \frac{1}{4} \cdot (-2) + t \,|+\frac{1}{2}$$

$$t = 2 + \frac{1}{2} = 2{,}5$$

$\rightarrow$ Funktionsgleichung von g_2:

$$y = \frac{1}{4}x + 2{,}5$$

e) g_4: $\frac{1}{2}y + 1 - 3x = 0$; g_5: $y = -0{,}5x + 4{,}5$

$\rightarrow$ Umformung von g_4:

$\frac{1}{2}y + 1 - 3x = 0$ | $-1 + 3x$

$\frac{1}{2}y = 3x - 1$ | $\cdot 2$

$y = 6x - 2$

- Schnittpunkt D $\rightarrow$ Gleichsetzen der y-Werte:

  $6x - 2 = -0{,}5x + 4{,}5$ | $+ 0{,}5x + 2$

  $6{,}5x = 6{,}5$ | $: 6{,}5$

  $x = 1$

- Ermittlung des y-Wertes durch Einsetzen von x in g_4 (oder g_5):

  $y = 6 \cdot 1 - 2 = 4$

  $\rightarrow$ D (1 | 4)

2. $\frac{28x - 12}{8} = \frac{(x + 3)^2}{x - 1}$ $\rightarrow \mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$
(für x=1 wird der Nenner des Bruches 0 $\rightarrow$ nicht definiert!)

Lösung der Bruchgleichung:

$$\frac{28x - 12}{8} = \frac{(x + 3)^2}{x - 1} \quad | \text{ Multiplikation mit dem Hauptnenner } 8 \cdot (x - 1)$$

$$\frac{(28x - 12) \cdot 8 \cdot (x - 1)}{8} = \frac{(x^2 + 6x + 9) \cdot 8 \cdot (x - 1)}{(x - 1)} \quad | \text{ kürzen}$$

$$(28x - 12) \cdot (x - 1) = (x^2 + 6x + 9) \cdot 8 \quad | \text{ Klammern ausmultiplizieren}$$

$$28x^2 - 28x - 12x + 12 = 8x^2 + 48x + 72 \quad | \text{ zusammenfassen}$$

$$28x^2 - 40x + 12 = 8x^2 + 48x + 72 \quad | -8x^2 - 48x - 12$$

$$20x^2 - 88x = 60 \quad | : 20$$

$$x^2 - 4{,}4x = 3 \quad | \text{ quadratische Ergänzung}$$

$$x^2 - 4{,}4x + 2{,}2^2 = 3 + 2{,}2^2$$

$$(x - 2{,}2)^2 = 7{,}84 \quad | \sqrt{}$$

$$x - 2{,}2 = \pm 2{,}8 \quad | + 2{,}2$$

$$x_1 = 2{,}8 + 2{,}2 = 5$$

$$x_2 = -2{,}8 + 2{,}2 = -0{,}6$$

$\rightarrow \mathbb{L} = \{-0{,}6 ; 5\}$

Berechnung mit der Lösungsformel:

$x^2 + p \cdot x + q = 0$

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$x^2 - 4{,}4x - 3 = 0$

$p = -4{,}4$; $q = -3$

$x_{1/2} = -\frac{-4{,}4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4{,}4}{2}\right)^2 - (-3)}$

$x_{1/2} = 2{,}2 \pm \sqrt{4{,}84 + 3}$

$x_{1/2} = 2{,}2 \pm 2{,}8$

$x_1 = 2{,}2 + 2{,}8 = 5$

$x_2 = 2{,}2 - 2{,}8 = -0{,}6$ $\Rightarrow \mathbb{L} = \{-0{,}6 \mid 5\}$

3. a) Anzahl der Jahre:

$880\ € = 3250\ € \cdot 0{,}77^n$

$0{,}77^n = \frac{880\ €}{3250\ €}$

$0{,}77^n \approx 0{,}27$

$n = \log_{0{,}77}0{,}27$

$n = \log 0{,}27 : \log 0{,}77$

$n \approx 5$ Jahre

$W_n = W_o \cdot q^n$

$q = 1 \pm \frac{p}{100}$

$a^x = b$

$x = \log_a b$

b) $W_n = 3250\ € \cdot 0{,}74^1 \cdot 0{,}76^1 \cdot 0{,}815^2$

$W_n \approx 1214\ €$

c) $1129\ € = W_o \cdot 0{,}79^4$

$W_o = 1129\ € : 0{,}79^4 \approx 2899\ €$

4. a) $A\ (-2 \mid -3) \in p_1$; $B\ (0 \mid -3) \in p_1$

p_1 nach oben geöffnet

Einsetzen der Koordinaten von A:

$-3 = (-2)^2 + p\,(-2) + q$

$-3 = 4 - 2p + q \qquad | -4 + 2p$

(I) $q = 2p - 7$

Normalform der Parabelgleichung

$y = x^2 + p \cdot x + q$

- Zweite Gleichung mit den Koordinaten von B aufstellen:
- $-3 = (0)^2 + p \cdot 0 + q$

(II) $q = -3$

(II) in (I)

$-3 = 2p - 7 \quad | + 7$

$4 = 2p \quad | : 2$

$2 = p$

$\rightarrow$ Funktionsgleichung p_1:

$y = x^2 + 2x - 3$

b) p_2 nach unten geöffnet mit

$S_2\ (2 \mid 1)$

$y = -(x - 2)^2 + 1^2$

Scheitelpunktform:

$y = -(x - x_S)^2 + y_S$

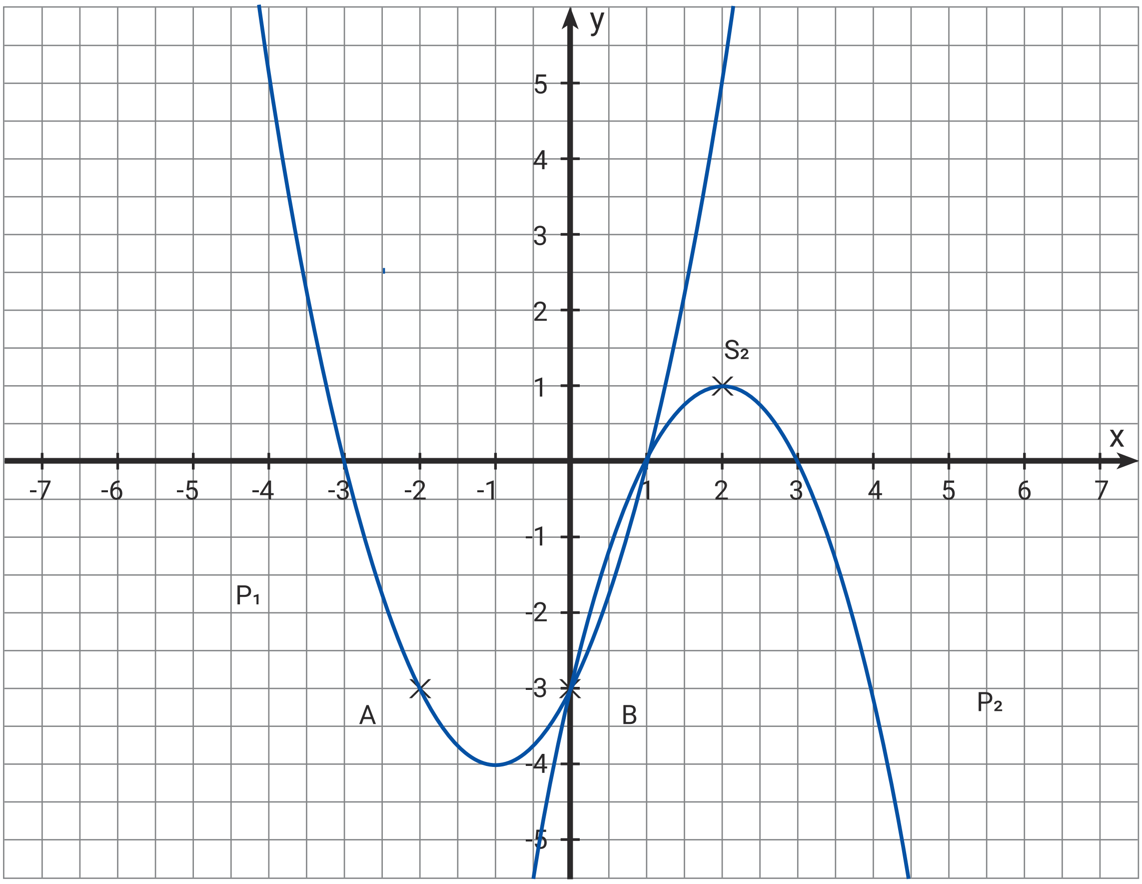
- Umwandlung in die Normalform:

$y = -(x^2 - 4x + 4) + 1 \qquad$ | Klammer auflösen

$y = -x^2 + 4x - 4 + 1 \qquad$ | zusammenfassen

$y = -x^2 + 4x - 3$

c) Zeichnung von p_1 und p_2



d) P_3: $y = x^2 - 14x + 37$

$y = x^2 - 14x + 7^2 - 7^2 + 37$

$y = (x - 7)^2 - 12$

$\rightarrow S_3\,(7 \mid -12)$

Scheitelpunktform:
$y = (x - x_S)^2 + y_S$

e) $C\,(-4 \mid y) \in p_3$

Bestimmung der y-Koordinate durch Einsetzen des x-Wertes:

$y = (-4)^2 - 14 \cdot (-4) + 37$

$y = 16 + 64 + 37 = 109$

f) Durch Ablesen aus dem Koordinatensystem können die x-Werte der Nullstellen bestimmt werden.

$N_1\,(1 \mid 0)$; $N_2\,(7 \mid 0)$

Überprüfung mit der Scheitelpunktform:

$S_4\,(4 \mid -9)$

$\rightarrow P_4$: $y = (x - 4)^2 - 9$

$\rightarrow \quad y = 0$

$0 = (x - 4)^2 - 9$

$0 = x^2 - 8x + 16 - 9$

$x^2 - 8x + 4^2 = -7 + 16$

$(x - 4)^2 = 9 \qquad | \sqrt{\ }$

$x - 4 = \pm 3 \qquad | + 4$

$x_1 = 3 + 4 = 7$

$x_2 = -3 + 4 = 1$ was zu beweisen war!

g) Korrekte Aufgabenstellung:

$\rightarrow$ Berechnet man den Scheitelpunkt von p_4 wird der mathematische Fehler der Aufgabenstellung deutlich

$y = x^2 - 6x - 3$ | quadratische Ergänzung

$y = x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 - 3$

$y = (x - 3)^2 - 12$

$\rightarrow$ S (3 | -12)

Die Parabel ist nach oben geöffnet

Scheitelpunktform:
$y = (x - x_S)^2 + y_S$

Folgerung:

- Mit der x-Achse gibt es 2 Schnittpunkte
- Mit der y-Achse gibt es nur 1 Schnittpunkt

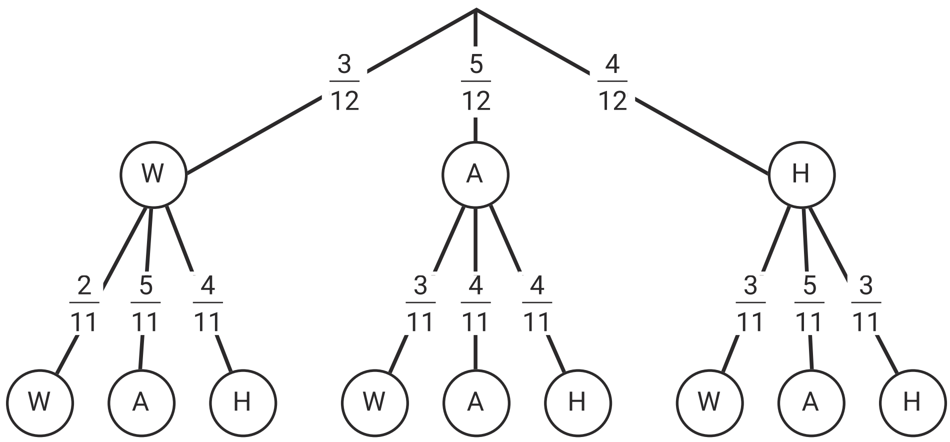
$\rightarrow$ Korrekte Aufgabenstellung

(1) Gegeben ist die Parabel p_5: $y = x^2 - 6x - 3$.
Berechnen Sie die Koordinaten <u>des Schnittpunktes</u> von p_5 mit der y-Achse.

(2) Gegeben ist die Parabel p_5: $y = x^2 - 6x - 3$.
Berechnen Sie die Koordinaten der zwei Schnittpunkte von p_5 mit der <u>x-Achse</u>.

5. a) Baumdiagramm:

3 Flaschen Wasser, W	5 Flaschen Apfelschorle, A	4 Flaschen Holunderschorle H



b) Wahrscheinlichkeit für „beide Male Holunderschorle“:

$$w = \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{11} = \frac{1}{11}$$

c) Wahrscheinlichkeit für „keine Apfelschorle“:

$\rightarrow$ Berechnung mit dem Gegenereignis

Gegenereignis $\overline{E}$
$P(\overline{E}) = 1 - P(E)$

$$w = 1 - \left(\frac{5}{12} + \frac{3}{12} \cdot \frac{5}{11} + \frac{4}{12} \cdot \frac{5}{11}\right)$$

$$= 1 - \left(\frac{55}{132} + \frac{15}{132} + \frac{20}{132}\right)$$

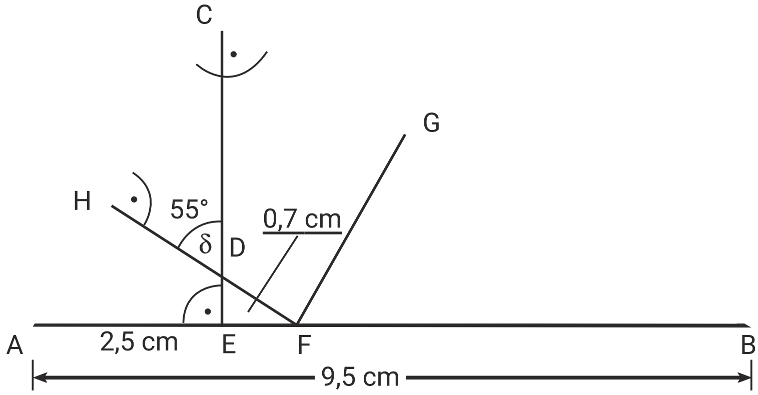
$$= 1 - \frac{90}{132}$$

$$= 1 - \frac{30}{44} = \frac{14}{44} = \frac{7}{22}$$

d) Anzahl der möglichen Getränkekombinationen:

$A = 2 \cdot 3 = 6$

6. a)



- Berechnung der Strecke $\overline{EB}$:
  $\overline{EB} = 9{,}5\text{ cm} - 2{,}5\text{ cm} = 7\text{ cm}$
- Berechnung der Strecke $\overline{CE}$:
  $\overline{CE}$ ist die Höhe im rechtwinkligen Dreieck ABC
  → Höhensatz:
  $\overline{CE}^2 = \overline{AE} \cdot \overline{EB} = 2{,}5\text{ cm} \cdot 7\text{ cm} = 17{,}5\text{ cm}^2 \mid \sqrt{}$
  $\overline{CE} = \sqrt{17{,}5\text{ cm}^2} \approx 4{,}18\text{ cm}$
- Berechnung der Strecke $\overline{CD}$
  $\overline{CD} = \overline{CE} - \overline{DE} = 4{,}18\text{ cm} - 0{,}7\text{ cm} = 3{,}48\text{ cm}$
- Länge der Strecke $\overline{CH}$:
  → $\overline{CH}$ ist Kathete im rechtwinkligen Dreieck DHC
  → $\sin\delta = \overline{CH} : \overline{DC}$
  $\sin 55° = \overline{CH} : 3{,}48\text{ cm}$
  $\overline{CH} = \sin 55° \cdot 3{,}48\text{ cm} \approx 2{,}85\text{ cm}$
- Fläche des Quadrats CHFG
  $A = \overline{CH}^2 = (2{,}85\text{ cm})^2 = 8{,}1225\text{ cm}^2$
  $\approx 8\text{ cm}^2$

Höhensatz:
$h^2 = p \cdot q$

$\sin\delta = \dfrac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$

$A_Q = a^2$

b) Länge der Kathete $\overline{AC}$ im rechtwinkligen Dreieck ABC:
$\overline{AC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AE}$
$\overline{AC}^2 = 9{,}5\text{ cm} \cdot 2{,}5\text{ cm} \qquad \mid \sqrt{}$
$\overline{AC} = \sqrt{23{,}75\text{ cm}^2} \approx 4{,}87\text{ cm}$

Kathetensatz:
$b^2 = c \cdot q$
$a^2 = c \cdot p$

7. a) Volumen der Kugel:

$$V_K = \frac{4}{3} r^3 \cdot \pi$$

- Radius der Kugel:

  $r = \frac{1}{2} \cdot 6\text{ cm} - 3\text{ cm}$
- Volumen der Kugel:

  $V = \frac{4}{3} \cdot (3\text{ cm})^3 \cdot \pi = \frac{4}{3} \cdot 27\text{ cm}^3 \cdot 3{,}14$

  $V = 113{,}04\text{ cm}^3$
- Volumen des Zylinders:

  $V = (1\text{ cm})^2 \cdot 3{,}14 \cdot 12\text{ cm} = 37{,}68\text{ cm}^3$

  $$V_Z = r^2 \cdot \pi \cdot h_Z$$
- Volumen des Werkstücks:

  $V_W = 113{,}04\text{ cm}^3 + 37{,}68\text{ cm}^3 = 150{,}72\text{ cm}^3$
- Masse des Werkstücks:

  $$m = D \cdot V$$

  $m = 150{,}72\text{ cm}^3 \cdot 2{,}7\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

  $\quad = 406{,}944\text{ g}$

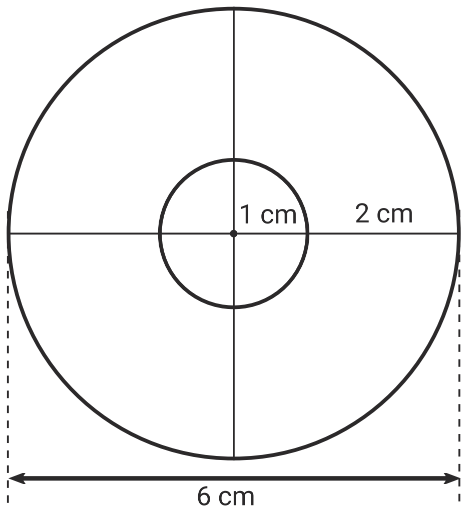
b) Oberfläche der Kugel

$O = (6\text{ cm})^2 \cdot 3{,}14 = 113{,}04\text{ cm}^2$

Oberfläche der Kugel:
$O = d^2 \cdot \pi$

$$A_{Kreisring} = (r_1{}^2 - r_2{}^2) \cdot \pi$$

- Fläche der zwei Kreiszweige



$r_1 = 3\text{ cm}$
$r_2 = 1\text{ cm}$

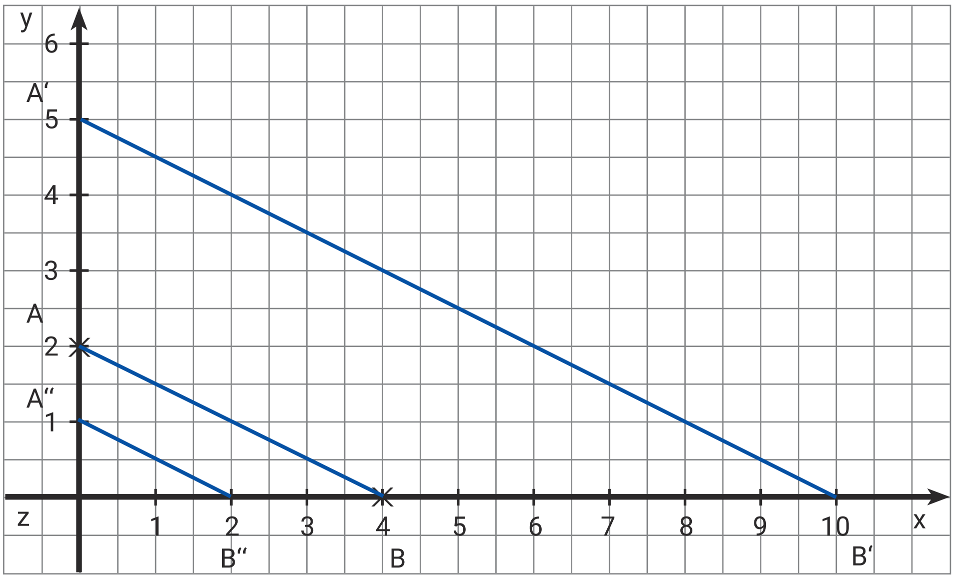
$$\begin{aligned} 2 \cdot A_{Kreisring} &= 2 \cdot ((3\text{ cm})^2 - (1\text{ cm})^2) \cdot 3{,}14 \\ &= 2 \cdot 8\text{ cm}^2 \cdot 3{,}14 = 50{,}24\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

- Gesamter Oberflächeninhalt

  $0 = 113{,}04\text{ cm}^2 + 50{,}24\text{ cm}^2 = 163{,}28\text{ cm}^2$

Prüfungen

8.



$k = \frac{\overline{ZP'}}{\overline{ZP}}$

(1) ▸ $\overline{ZB'} = \overline{ZB} \cdot k_1 = 4\text{ cm} \cdot 2{,}5 = 10\text{ cm}$

▸ $\overline{ZA'} = \overline{ZA} \cdot k_1 = 2\text{ cm} \cdot 2{,}5 = 5\text{ cm}$

(2) ▸ $\overline{ZB'} = \overline{ZB} \cdot k_2 = 4\text{ cm} \cdot 0{,}5 = 2\text{ cm}$

▸ $\overline{ZA'} = \overline{ZA} \cdot k_2 = 2\text{ cm} \cdot 0{,}5 = 1\text{ cm}$

(3) ▸ $\frac{\overline{ZB''}}{\overline{ZB'}} = k_3 = \frac{2\text{ cm}}{10\text{ cm}} = 0{,}2$

▸ $\frac{\overline{ZA''}}{\overline{ZA'}} = k_3 = \frac{1\text{ cm}}{5\text{ cm}} = 0{,}2$

9. $(\square + \square)^2 = \square + 16x^8y^2 + \square$

1. binomische Formel
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

1. mögliche Lösung:
$(2x^8 + 4y^2)^2 = 4x^{16} + 16x^8y^2 + 16y^4$

2. mögliche Lösung:
$(x^8 + 8y^2)^2 = x^{16} + 16x^8y^2 + 64y^4$

hutt.lernhilfen ist eine Marke der

Bergmoser + Höller Verlag AG

Karl-Friedrich-Str. 76
52072 Aachen
DEUTSCHLAND
T 0241-93888-123
F 0241-93888-188
E kontakt@buhv.de
www.buhv.de

Umsatzsteuer-Id.Nr.: DE 123600266
Verkehrsnummer: 10508
Handelsregister Aachen HRB 8580

Vorstand:
Andreas Bergmoser
Michael Bruns

Aufsichtsratsvorsitz:
Holger Knapp

Autor:
Armin Busch

Lektorat:
Svenja Lückerath
Magdalena Noack

Ausgabe 2024/2025