

Teil A

**Ein Wörterbuch – auch zweisprachig – in Printform ist erlaubt.
Taschenrechner und Formelsammlung sind hier nicht erlaubt.**

Aufgabe 1

$$(3x^4)^2 = 3x^8$$

Bei der Termumformung ist ein Fehler unterlaufen.
Beschreiben Sie diesen und berichtigen Sie ihn.

A full-page sheet of white graph paper with a light gray grid pattern. The grid consists of small, uniform squares covering the entire area. There are no margins, text, or other markings on the page.

1 P

Aufgabe 2

Zum Mieten eines Leihwagens gibt es zwei Angebote.

Angebot A	Angebot B
0,40 € pro Kilometer	0,20 € pro Kilometer
kein Grundpreis	10 € Grundpreis

- a) Die Abhängigkeit der Kosten in Euro von der Fahrstrecke in Kilometer lässt sich für Angebot A mit der Funktionsgleichung $y = 0,4x$ darstellen.
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung für das Angebot B.

[illegible]

- b) Berechnen Sie für das Angebot A die Kosten für eine Wegstrecke von 80 Kilometern.

[illegible]

1 P

Aufgabe 3

Kreuzen Sie den Sachverhalt an, bei dem es sich um ein exponentielles Wachstum handelt.

- ☐ Die Anzahl einer bestimmten Bakterienart verdoppelt sich im Labor alle 20 Minuten.
- ☐ Für mobile Daten am Smartphone müssen pro Gigabyte 5 € bezahlt werden.
- ☐ Für die Anlage eines festen Betrages erhält man bei einer Bank jährlich 0,5 % Zinsen, die dem Kunden am Ende des Jahres in bar ausgezahlt werden.

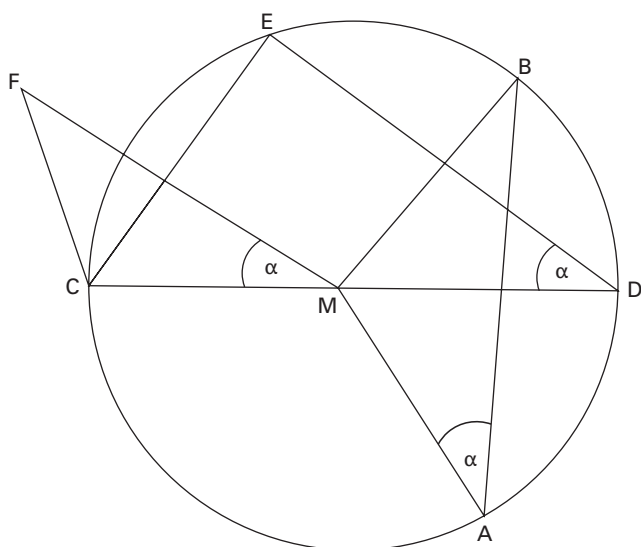
0,5 P

Aufgabe 4

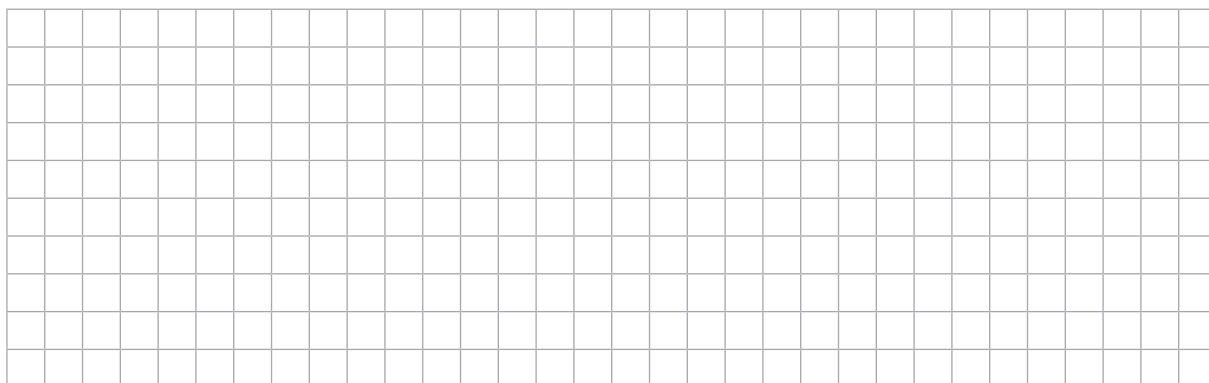
In der folgenden Skizze ist M der Mittelpunkt des Kreises.
Für eines der drei beschrifteten Dreiecke gilt:

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

Benennen Sie dieses Dreieck und begründen Sie Ihre Entscheidung.



Quelle: StMUK



1 P

Aufgabe 5

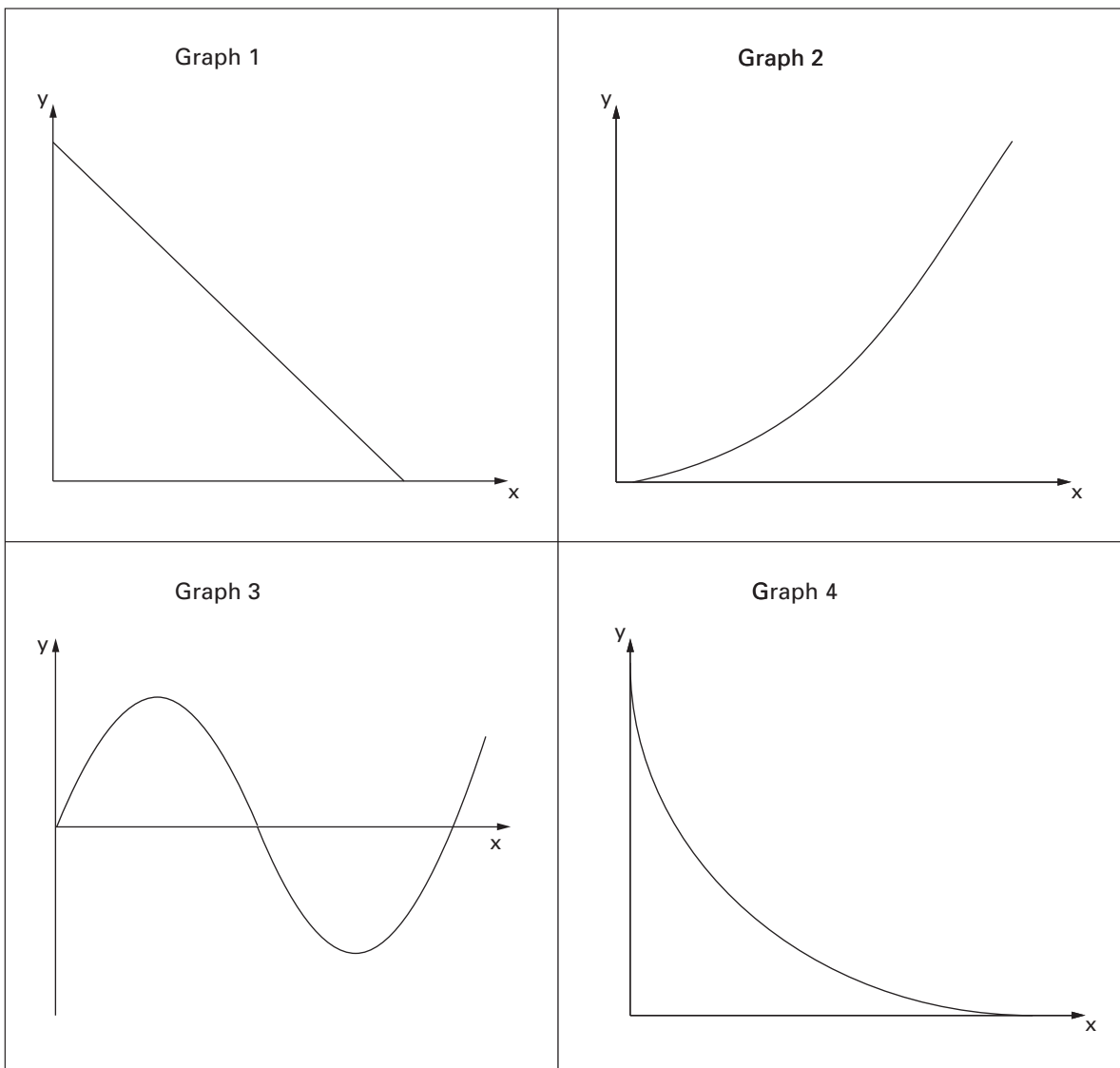
Der Durchmesser einer Kugel wird verdoppelt.
Geben Sie den Faktor an, um den sich das Volumen der Kugel verändert.

[illegible]

1 P

Aufgabe 6

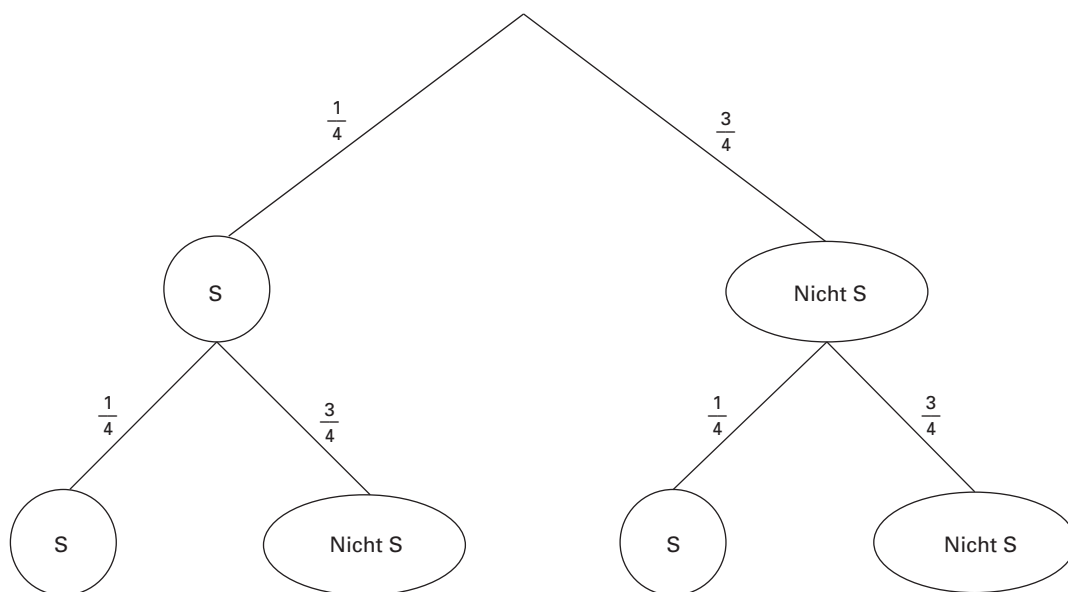
Die abgebildeten Funktionsgraphen stellen verschiedene Sachverhalte dar.
Ordnen Sie jedem der beiden unten stehenden Sachverhalte genau einen passenden Graphen zu.



Quelle: StMUK

1 P

In einem Behälter befinden sich 20 Kugeln.
Einige Kugeln sind schwarz (S), die übrigen sind anders gefärbt (Nicht S).
Es wird zweimal nacheinander eine Kugel nach dem Zufallsprinzip gezogen.

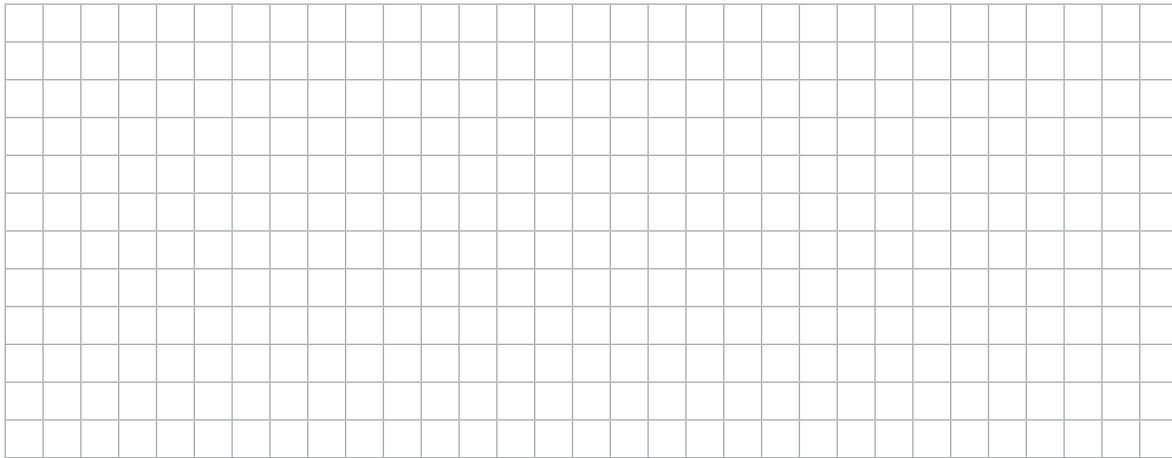


Quelle: StMUK

- a) Erklären Sie anhand des Baumdiagramms, dass es sich um ein Zufallsexperiment mit Zurücklegen handelt.

[illegible]

- b) Geben Sie an, wie viele schwarze Kugeln sich zu Beginn in dem Behälter befinden.
Begründen Sie Ihre Antwort entweder mit Hilfe einer Rechnung, einer Zeichnung oder in Worten.

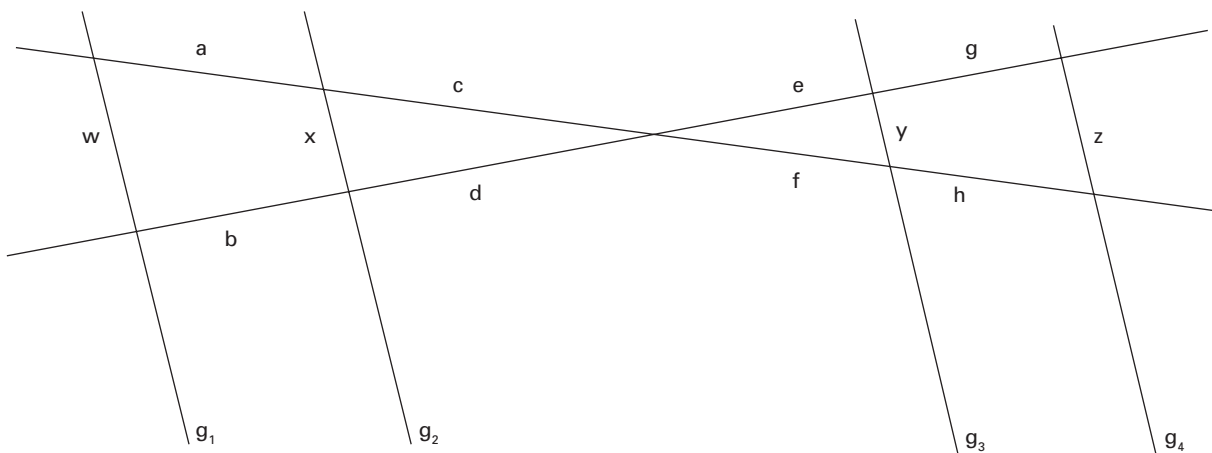


1,5 P

Aufgabe 8

Die folgende Skizze zeigt eine Anwendung der Strahlensätze.
Kreuzen Sie die richtige Aussage an.

Es gilt: $g_1 \parallel g_2 \parallel g_3 \parallel g_4$



Quelle: StMUK

- ☐ $\frac{c+f}{d+e} = \frac{y}{x}$
- ☐ $\frac{w}{b+d} = \frac{y}{e}$
- ☐ $\frac{a+c}{b+d} = \frac{e+g}{f+h}$
- ☐ $\frac{z}{f+h} = \frac{a+c}{x}$

1 P

Teil B

Taschenrechner und Formelsammlung sind hier erlaubt.

Aufgabengruppe I

Aufgabe 1

- Auf der Parabel p_1 mit der Funktionsgleichung $y = x^2 + 2x + 5$ liegen die Punkte A $(-3 \mid y_A)$, B $(x_B \mid 13)$ und C $(x_C \mid 13)$.
Berechnen Sie die fehlenden Koordinaten der Punkte A, B und C.
- Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Parabel p_1 in der Scheitelpunktform und geben Sie den Scheitelpunkt S_1 an.
- Die Punkte D $(-1 \mid -12)$ und E $(2 \mid -9)$ liegen auf der nach unten geöffneten Normalparabel p_2 .
Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_2 in der Normalform.
- Die nach oben geöffnete Normalparabel p_3 hat den Scheitelpunkt $S_3 (2,5 \mid -3)$.
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von p_3 in der Normalform.
- Zeichnen Sie die Parabeln p_1 und p_3 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.
- Eine nach oben geöffnete Parabel p_4 wird an der y-Achse gespiegelt.
Dadurch entsteht eine nach oben geöffnete Parabel p_5 . Beide haben die gleiche Funktionsgleichung.
Beschreiben Sie die Lage des Scheitelpunkts S_4 der Parabel p_4 im Koordinatensystem.

8 P

Aufgabe 2

Bei einer Gleichung zur Anwendung einer binomischen Formel ist nur noch das gemischte Glied bekannt.

Stellen Sie eine mögliche vollständige Gleichung auf und notieren Sie diese auf Ihrem Lösungsblatt.

$$\square - 24a^6b^2 + \square = (\square - \square)^2$$

2 P

Aufgabe 3

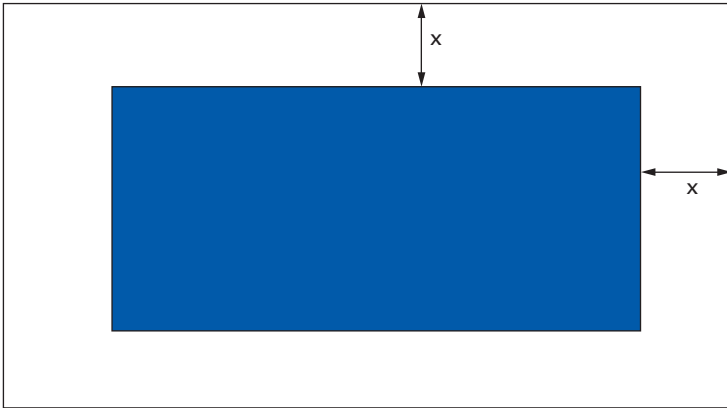
- Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden g_1 , die durch die Punkte P $(-1 \mid 5)$ und Q $(2 \mid -4)$ verläuft.
- Die Gerade g_2 hat keinen Punkt mit der Geraden g_3 : $2y = -1x + 10$ gemeinsam.
Geben Sie die Funktionsgleichung einer möglichen Geraden g_2 in der Normalform an und beschreiben Sie Ihr Vorgehen.
- Berechnen Sie die x-Koordinate des Schnittpunkts N der Geraden g_3 mit der x-Achse und geben Sie N an.
- Zeigen Sie, dass der Punkt S $(3 \mid 3,5)$ der Schnittpunkt von g_3 und g_4 : $y = 2,5x - 4$ ist.
- Zeichnen Sie die Geraden g_1 und g_4 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

7 P

Aufgabe 4

Herr Müller plant, in seinem Garten einen rechteckigen Swimming-Pool mit einer Länge von 14 m und einer Breite von 10,5 m zu errichten. Um den Pool herum soll ein Streifen mit der Breite x gefliest werden. Der Flächeninhalt der verlegten Fliesen soll zwei Drittel der Pool-Fläche betragen.

Skizze:



Quelle: StMUK

Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

Die Breite des Streifens x wird mit folgender Gleichung berechnet:

$$2 \cdot (14 \cdot x) + 2 \cdot (10,5 \cdot x) + 4x^2 = \frac{2}{3} (14 \cdot 10,5)$$

Ermitteln Sie x und geben Sie die Breite des Streifens an.

4 P

Aufgabe 5

- a) Ein Würfel hat die Kantenlänge a . Das Volumen des Würfels ist genauso groß wie das Gesamtvolumen von 6 Kugeln mit einem Radius von je 8 cm. Ermitteln Sie die Kantenlänge a des Würfels.

- b) Begründen Sie rechnerisch, dass ein Würfel mit Kantenlänge a und eine Kugel mit Radius

$$r = a \cdot \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}}$$

das gleiche Volumen haben.

3 P

Aufgabe 6

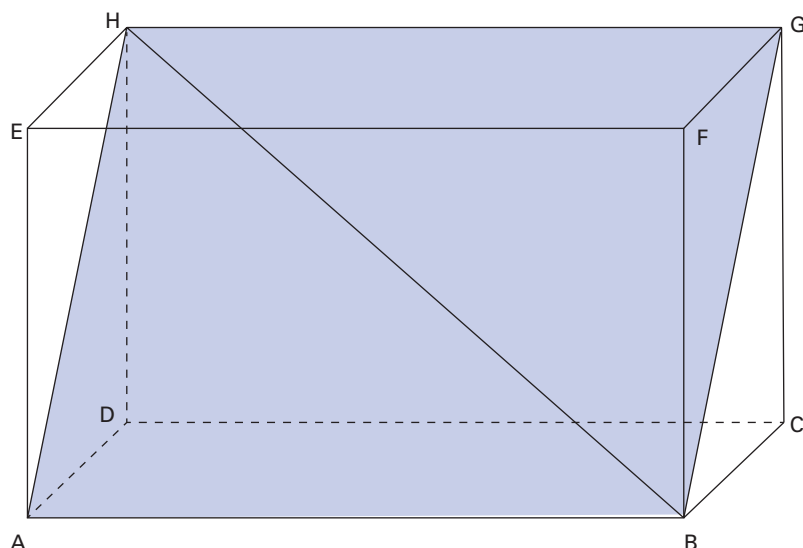
In folgendem Quader gilt:

$$\angle BGC = 53^\circ$$

$$\overline{ICG} = 3,0 \text{ cm}$$

$$\overline{IHG} = 7,5 \text{ cm}$$

Ermitteln Sie rechnerisch die Größe des Winkels HBA und die Länge der Raumdiagonalen HB .



Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

Quelle: StMUK

3 P

Aufgabe 7

Tim, der am 1. Februar Geburtstag hat, erhält aktuell ein monatliches Taschengeld von 10 €.

Ab dem Monat nach seinem zwölften Geburtstag soll sich dieses jeden Monat erhöhen.

Seine Eltern bieten ihm zwei Varianten bis zu seinem 18. Geburtstag an:

Variante A: Das Taschengeld wird jeden Monat um einen Euro erhöht.

Variante B: Das Taschengeld wird jeden Monat um 4 % gegenüber dem Vormonat erhöht.

- Ermitteln Sie, mit welcher Variante Tim an seinem 15. Geburtstag ein höheres Taschengeld erhalten würde.
- Berechnen Sie für Variante B, nach wie vielen Monaten Tim zum ersten Mal mehr als 100 € Taschengeld erhalten würde.
- Tim träumt davon, nach zwei Jahren 200 € Taschengeld zu erhalten.
Berechnen Sie die monatliche prozentuale Taschengelderhöhung, die diesen Traum ermöglichen würde.
- Wenn man die Varianten A und B in einem Koordinatensystem als Graphen darstellt, darf man nur einzelne Punkte einzeichnen.
Begründen Sie, dass die Graphen nicht als durchgehende Linien gezeichnet werden können.

5 P

Aufgabe 8

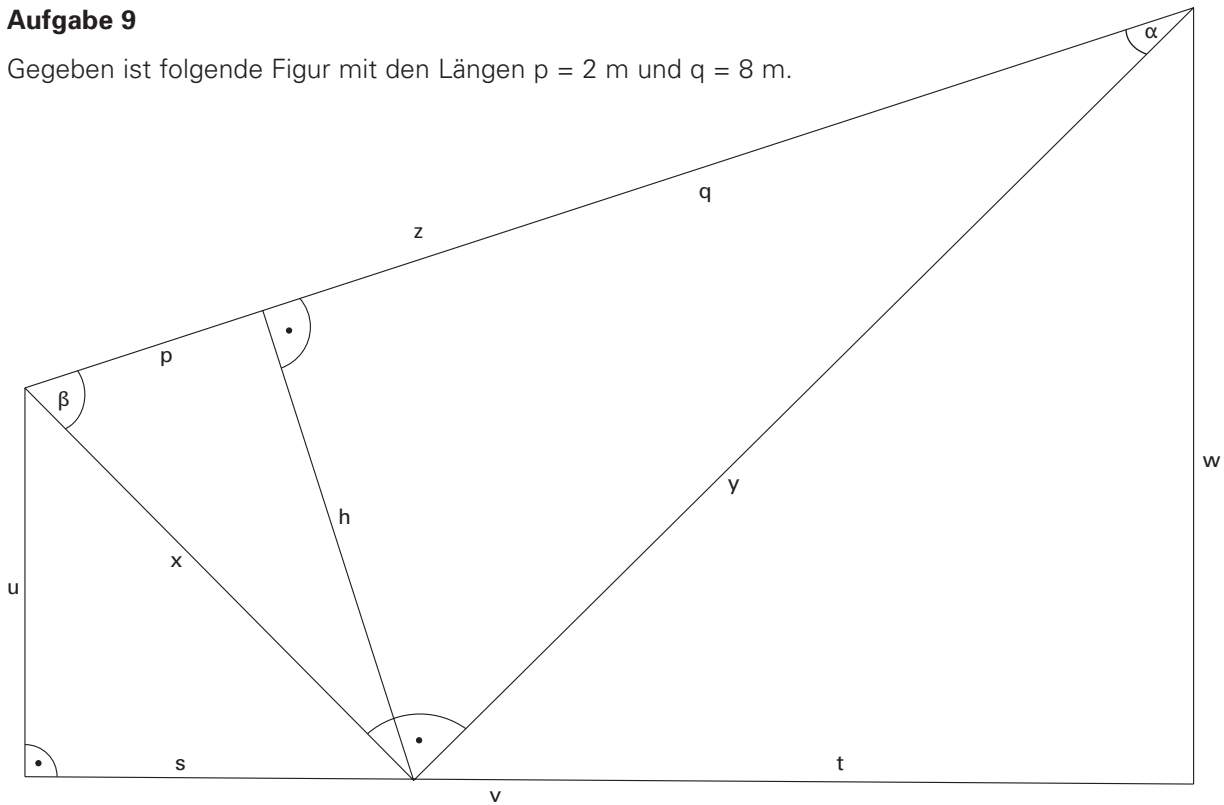
Ein Fußballteam besteht aus elf Spielerinnen: eine Torhüterin (T), drei Abwehrspielerinnen (A), fünf Mittelfeldspielerinnen (M) und zwei Stürmerinnen (S). Die Spielerinnen betreten nacheinander in zufälliger Reihenfolge das Spielfeld.

- Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass eine der Abwehrspielerinnen als Erste auf das Spielfeld kommt.
- Die ersten vier Spielerinnen könnten das Spielfeld in folgender Reihenfolge betreten:
Mittelfeldspielerin – Abwehrspielerin – Stürmerin – Torhüterin.
Bestimmen Sie rechnerisch die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter den ersten beiden Spielerinnen, die das Spielfeld betreten, höchstens eine Mittelfeldspielerin ist.
- Der Trainer möchte gerne, dass dieselben elf Spielerinnen bei jedem Spiel in einer anderen Reihenfolge das Spielfeld betreten.
Entscheiden Sie, ob dies innerhalb einer Saison mit insgesamt 32 Spielen möglich ist.
Begründen Sie Ihre Antwort rechnerisch.

4 P

Aufgabe 9

Gegeben ist folgende Figur mit den Längen $p = 2 \text{ m}$ und $q = 8 \text{ m}$.



Quelle: StMUK

Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

Berechnen Sie die Längen der Strecken x , y und h sowie die Größen der Winkel α und β .

4 P

Aufgabengruppe II

Aufgabe 1

- Die Parabel p_1 hat die Funktionsgleichung $y = -x^2 + 7x - 10$ und schneidet die x-Achse in den Punkten N_1 und N_2 .
Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte N_1 und N_2 .
- Überprüfen Sie nachvollziehbar, ob die Punkte Q (3 | -2) und P (7 | -10) auf der Parabel p_1 liegen.
- Die nach oben geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt S_2 (5 | -4).
Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_2 in der Normalform.
- Die Gerade g : $y = 3x - 4$ schneidet die Parabel p_3 : $y = (x - 2)^2 + 2$ in den Punkten R und T.
Berechnen Sie die Koordinaten von R und T.
- Zeichnen Sie die Parabeln p_2 und p_3 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.
- Die Parabel p_4 hat die Funktionsgleichung $y = (x - 1)^2 + 3$.
Geben Sie die Funktionsgleichung einer möglichen Parabel p_5 an, die nur einen gemeinsamen Punkt mit der Parabel p_4 hat.
Begründen Sie mit Hilfe eines Textes, einer Rechnung oder einer Zeichnung, warum p_4 und p_5 nur einen gemeinsamen Punkt haben.

7 P

Aufgabe 2

- Ersetzen Sie den Platzhalter $\square$ jeweils durch den entsprechenden Term und schreiben Sie die mathematisch richtige Gleichung auf Ihr Lösungsblatt.
 $49x^2 - \square + 144y^4 = (\square - 12y^2)^2$
- Ersetzen Sie den Platzhalter $\bigcirc$ jeweils durch das entsprechende Rechenzeichen und schreiben Sie die mathematisch richtige Gleichung auf Ihr Lösungsblatt.
 $-(4a - 9b)^2 = -16a^2 \bigcirc 72ab \bigcirc 81b^2$

2 P

Aufgabe 3

- Gegeben ist eine Gerade g_1 : $y = -2x + 4$.
Entscheiden Sie, welche dieser Aussagen richtig sind und notieren Sie die zugehörigen Nummern auf Ihrem Lösungsblatt.
 - Die Gerade g_1 verläuft durch den Nullpunkt.
 - Die Gerade g_1 schneidet die x-Achse im Punkt (2 | 0).
 - Die Gerade g_1 verläuft nicht im 3. Quadranten.
 - Die Gerade g_1 schneidet die y-Achse im Punkt (0 | -4).
- Überprüfen Sie rechnerisch, ob der Punkt B (86 | -168) auf der Geraden g_1 liegt.
- Der Punkt P (4 | 2) liegt auf einer Geraden g_2 mit der Steigung $m_2 = \frac{1}{4}$.
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden g_2 rechnerisch.
- Begründen Sie, dass die Gerade g_3 : $0 = 3y + 6x - 12$ mindestens zwei gemeinsame Punkte mit der Geraden g_1 hat.
- Die Gerade g_4 : $y = 1 + 0,5x$ schneidet die Gerade g_1 .
Zeigen Sie rechnerisch, dass g_1 senkrecht auf g_4 steht.
- Berechnen Sie die x-Koordinate des Schnittpunkts N der Geraden g_5 : $y = -0,5x + 3$ mit der x-Achse und geben Sie diesen Punkt an.
- Zeichnen Sie die Geraden g_1 und g_4 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

7 P

Aufgabe 4

Geben Sie die Definitionsmenge der folgenden Gleichung an und ermitteln Sie die Lösungsmenge rechnerisch.

$$\frac{4}{x+2} - \frac{3}{x-1} = 5$$

4 P

Aufgabe 5

- a) Eine Hohlkugel aus Messing hat eine Masse von 4352 g und einen äußeren Durchmesser von 18 cm.
Berechnen Sie den inneren Radius dieser Kugel, wenn 1 cm³ Messing eine Masse von 8,5 g hat.
- b) Eine andere Messingkugel mit einem Durchmesser von 25 cm wird vergoldet.
Ermitteln Sie rechnerisch den Materialpreis des Blattgoldes, wenn Blattgold 200 €/m² kostet.

4 P

Aufgabe 6

Der radioaktive Stoff Plutonium-243 hat eine Halbwertszeit von etwa 5 Stunden.

- a) Bestimmen Sie rechnerisch die Masse an Plutonium-243, die bei einer Ausgangsmenge von 200 mg nach 30 Stunden noch vorhanden ist.
- b) Berechnen Sie die Masse des ursprünglich vorhandenen Plutoniums-243, wenn nach 20 Stunden noch 15 mg nachweisbar sind.
- c) Ermitteln Sie rechnerisch, nach wie vielen Stunden von ursprünglich 400 mg Plutonium-243 noch 12,5 mg vorhanden sind.

5 P

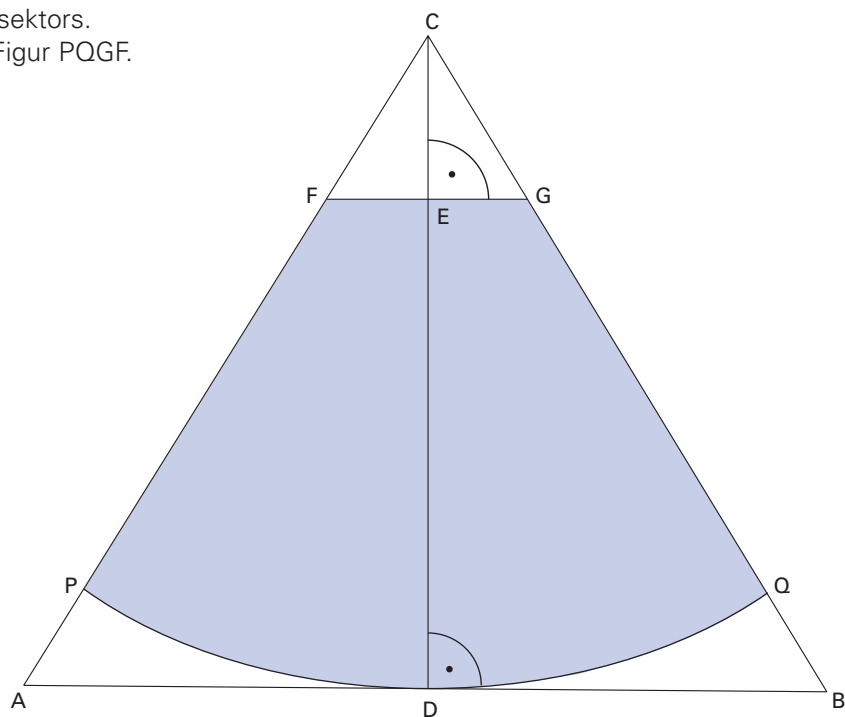
Aufgabe 7

Im abgebildeten gleichseitigen Dreieck ABC gilt:

$$|\overline{CE}| = 4 \text{ cm}; |\overline{GB}| = 9,2 \text{ cm}$$

C ist der Mittelpunkt des Kreissektors.

Berechnen Sie die Fläche der Figur PQGF.



Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

Quelle: StMUK

5 P

Aufgabe 8

Aus einer Kiste mit 17 grünen (G) und 18 roten Äpfeln (R) werden nacheinander nach dem Zufallsprinzip zwei Äpfel entnommen und nicht wieder zurückgelegt.

- Zeichnen Sie zu diesem Sachverhalt ein Baumdiagramm und beschriften Sie die Äste mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein roter und ein grüner Apfel aus der Kiste genommen wurden.
- In anderen Kisten befinden sich Kirschen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich in einer Kiste faule Kirschen befinden, beträgt 0,2.
Jan behauptet: „Da befinden sich ja in jeder zweiten Kiste faule Kirschen.“
Begründen Sie, dass Jans Aussage falsch ist.

4 P**Aufgabe 9**

Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich.

Es gilt: $a; b; c \neq 0$.

$$\frac{144a^{25} \cdot 0,5b^4 \cdot 10a^{-7}c^{-2}}{8c^{-2} \cdot 0,25b^{-4} \cdot 5b^3 \cdot 12a^{15}}$$

2 P

Bearbeitungstipps

Teil A

- Beachten Sie, dass hier eine ganze Klammer potenziert wird, in der ein Produkt steht. Der erste Faktor des Produkts ist 3 und der zweite Faktor ist x^4 .
- Angebot B lässt sich – genauso wie Angebot A – als lineare Funktion modellieren. Dem y-Achsenabschnitt der Geraden entspricht dabei der Grundpreis und die Steigung der Geraden entspricht dabei den Kosten pro Kilometer gefahrener Strecke.
 - Beachten Sie, dass das x in der Funktionsgleichung zu Angebot A für die Anzahl der gefahrenen Kilometer steht.
- Beachten Sie, dass bei exponentiellem Wachstum der Bestand von einer Zeiteinheit zur nächsten durch Multiplikation mit immer demselben Faktor berechnet wird. Bei linearem Wachstum hingegen wird der Bestand von einer Zeiteinheit zur nächsten durch Addition mit immer demselben Summanden berechnet.
- Bei der Lösung dieser Aufgabe hilft Ihnen der Satz des Thales. Schauen Sie sich den Satz des Thales dazu ggf. noch einmal in einer Formelsammlung an.
- Die Formel für das Volumen einer Kugel lautet: $V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$. Wenn r verdoppelt wird, erscheint in der Formel der Term $(2r)^2$. Vereinfachen Sie diese Potenz mithilfe der Potenzgesetze.
- Der Zerfall eines radioaktiven Stoffs kann mit einer Exponentialfunktion modelliert werden. Beachten Sie, dass es sich dabei um ein exponentielles Abklingen handelt. Überlegen Sie, welche generelle Form ein Graph eines exponentiellen Abklingens hat.
Die Bewegung eines Pendels ist eine sehr gleichmäßige Bewegung, die (zumindest theoretisch) endlos in Schwingungen auf und ab weiterläuft. Überlegen Sie, welcher Graph dieser Sachsituation entspricht.
- Beachten Sie die Nenner in den Wahrscheinlichkeiten, die das Baumdiagramm enthält. Was fällt Ihnen bei all diesen Nennern auf?
 - Die Wahrscheinlichkeit, im ersten Zug eine schwarze Kugel zu ziehen, ist $\frac{1}{4}$. Erweitern Sie diesen Bruch so, dass Sie die Information darüber, dass sich insgesamt 20 Kugeln im Behälter befinden, einbeziehen.
- Schauen Sie sich in einer Formelsammlung, in einem Mathematik-Buch oder im Internet noch einmal die Strahlensätze genau an.

Teil B

Aufgabengruppe I

- Setzen Sie die Koordinaten der Punkte jeweils in die Funktionsgleichung ein. Achten Sie dabei darauf, dass die erste Punktkoordinate für x und die zweite Punktkoordinate jeweils für y eingesetzt werden muss. Lösen Sie anschließend die jeweils daraus resultierende Gleichung nach der Unbekannten auf.
 - Formen Sie die Funktionsgleichung durch quadratische Ergänzung um und lesen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes ab. Sie können den Scheitelpunkt auch mit Hilfe der Formel bestimmen.
 - Wählen Sie als Ansatz die allgemeine Normalform der Funktionsgleichung für eine Normalparabel. Achten Sie darauf, dass die Parabel nach unten geöffnet ist. $\Rightarrow y = -x^2 + px + q$. Setzen Sie die Koordinaten der beiden Punkte jeweils in diese Funktionsgleichung ein. Anschließend müssen Sie das daraus resultierende lineare Gleichungssystem mit einem der bekannten Verfahren lösen.
 - Als Ansatz eignet sich die Scheitelpunktform einer Parabelgleichung. Anschließend überführen Sie die Scheitelpunktform durch Ausmultiplizieren und Zusammenfassen in die Normalform.
 - Da es sich bei beiden Parabeln um Normalparabeln handelt, können Sie Ihre Parabelschablone verwenden.
 - Wenn sich die Funktionsgleichung durch das Spiegeln nicht ändert, dann ändern sich auch einige andere Merkmale nicht. Überlegen Sie, um welche Merkmale es sich dabei handelt, und schlussfolgern Sie anschließend, was dies für die Lage der Parabel im Koordinatensystem und damit auch für die Lage des zugehörigen Scheitelpunkts bedeutet.
- Überlegen Sie zunächst, um welche allgemeine binomische Formel es sich hier handelt. Dann sollten Sie das gemischte Glied der allgemeinen binomischen Formel mit dem hier gegebenen gemischten Glied vergleichen. Es gibt hier viele verschiedene Lösungen, wie man das hier gegebene gemischte Glied aus dem gemischten Glied der allgemeinen binomischen Formel zusammensetzen kann. Entscheiden Sie sich für eine Möglichkeit und bestimmen Sie damit anschließend alle hier noch fehlenden Teilterme.

Bearbeitungstipps

3. a) Eine Lösungsmöglichkeit ist, die Koordinaten der beiden Punkte P und Q in die (allgemeine) Geradengleichung $y = m_1 + t_1$ für g_1 einzusetzen und anschließend das daraus resultierende lineare Gleichungssystem zu lösen. Alternativ kann man mithilfe der Koordinaten der beiden Punkte P und Q zunächst die Steigung m_1 der Geraden g_1 berechnen und anschließend durch Einsetzen der Koordinaten eines der beiden Punkte P oder Q in die Geradengleichung $y = m_1 + t_1$ den y-Achsenabschnitt t_1 ermitteln.
- b) Überlegen Sie sich zunächst anschaulich im Koordinatensystem, welche besondere Lagebeziehung zwischen den beiden Geraden g_2 und g_3 besteht bzw. bestehen muss, wenn sie keinen Punkt gemeinsam haben. Schließen Sie aus dieser besonderen Lagebeziehung, welche Bedingungen daraus für die Steigungen und die y-Achsenabschnitte der beiden Geraden g_2 und g_3 gelten. Mit diesen Überlegungen können Sie die Funktionsgleichung einer möglichen Geraden g_2 angeben.
- c) Bei jedem Punkt, der auf der x-Achse liegt, ist die y-Koordinate gleich 0. Nutzen Sie diesen Zusammenhang, um eine geeignete Gleichung aufzustellen und zu lösen.
- d) Eine Lösungsmöglichkeit ist, die beiden Geradengleichungen gleichzusetzen und die daraus resultierende Gleichung nach x aufzulösen. Alternativ kann man auch eine Punktprobe mit S bei beiden Geraden g_3 und g_4 durchführen.
- e) Verwenden Sie zum Zeichnen der Geraden jeweils die Steigung und den y-Achsenabschnitt. Sie können zur Bestimmung der Geraden auch Punkte berechnen, die darauf liegen.
4. Es handelt sich um eine quadratische Gleichung, die zunächst umfassend umgeformt werden muss, um sie in die Normalform ($ax^2 + bx + c = 0$) zu bringen. Anschließend hilft die Lösungsformel, die Lösungen der Gleichung zu ermitteln. Vergleichen Sie zum Schluss noch die gefundenen Lösungen der Gleichung mit der im Sachzusammenhang zu ermittelnden Größe.
5. a) Stellen Sie zunächst die Formel für das Volumen V_W des Würfels und die Formel für das Gesamtvolumen V_{gesamt} der 6 Kugeln auf. Setzen Sie diese Formeln anschließend gleich und lösen Sie die daraus resultierende Gleichung nach der Kantenlänge a des Würfels auf.
- b) Stellen Sie zunächst die Formel für das Volumen V_{Kugel} einer Kugel auf, deren Radius dem in der Aufgabe angegebenen Term gleicht. Vereinfachen Sie diese Formel so weit wie möglich. Vergleichen Sie den weitestmöglich vereinfachten Term anschließend mit der Formel des Volumens V_W des Würfels.
6. Bei der Lösung helfen geeignete trigonometrische Berechnungen sowie die Anwendung des Satzes von Pythagoras. Versuchen Sie bei jedem Schritt ein rechtwinkliges Dreieck aus der Skizze zu betrachten, bei welchem Sie eine geeignete Teillösung (Streckenlänge oder Winkelgröße) ermitteln können, die Sie jeweils in einem der nächsten Schritte verwenden können, um weitere Teillösungen und letztlich die beiden gesuchten Größen zu ermitteln.
7. a) Überlegen Sie zunächst, um welche Art des Wachstums es sich bei den Varianten A und B jeweils handelt. Stellen Sie dann die jeweils zugehörige Funktionsgleichung auf. Ermitteln Sie, wie viele Monate bis zum 15. Geburtstag noch vergehen werden. Setzen Sie diesen Wert jeweils in die beiden zuvor aufgestellten Wachstumsfunktionsgleichungen ein.
- b) Wählen Sie die Funktionsgleichung für Variante B. Setzen Sie alle bekannten Werte ein. Nun bleibt nur noch eine Variable übrig, nach der Sie die Gleichung auflösen müssen.
- c) Wählen Sie die Funktionsgleichung für Variante B (da es ja um eine prozentuale Taschengelderhöhung geht). Setzen Sie alle bekannten Werte ein. Nun bleibt nur noch eine Variable übrig, nach der Sie die Gleichung auflösen müssen.
- d) Überlegen Sie zunächst, welche Größe (Zeit in Monaten oder Taschengeld in €) auf der waagerechten Achse abgebildet wird. Mit dieser Information können Sie die geforderte Begründung formulieren.
8. a) Beachten Sie, dass es sich bei diesem Zufallsversuch um ein Laplace-Experiment handelt. Überlegen Sie, mit welcher allgemeinen Formel die Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen eines Laplace-Experiments berechnet werden.
- b) Betrachten Sie diesen Zufallsversuch als ein mehrstufiges Experiment, wobei auf der ersten Stufe eine von fünf Mittelfeldspielerinnen, auf der zweiten Stufe eine von drei Abwehrspielerinnen usw. nach dem Zufallsprinzip ausgewählt werden. Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist also im Grunde ein einziger Pfad eines vierstufigen (sehr großen) Baumdiagramms. Überlegen Sie, nach welcher Regel die Wahrscheinlichkeit entlang eines Pfades berechnet wird.
- c) Wie so oft bei Aufgaben, in denen die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Wort „höchstens“ berechnet werden soll, bietet sich auch hier die Ermittlung der gesuchten Wahrscheinlichkeit mithilfe des Gegenereignisses an.

Bearbeitungstipps

- d) Hier handelt es sich um die Berechnung der Gesamtzahl aller möglichen verschiedenen Anordnungen von 11 unterscheidbaren Objekten (hier: 11 Spielerinnen). Für diese kombinatorische Fragestellung gibt es eine spezielle Formel.
9. Bei der Lösung helfen geeignete trigonometrische Berechnungen, die Anwendung des Satzes von Pythagoras und die Anwendung des Höhensatzes. Versuchen Sie bei jedem Schritt ein rechtwinkliges Dreieck aus der Skizze zu betrachten, bei welchem Sie eine geeignete Teillösung (Streckenlänge oder Winkelgröße) ermitteln können, die Sie jeweils in einem der nächsten Schritte verwenden können, um weitere Teillösungen zu ermitteln. So werden Sie schließlich auch die gesuchten Streckenlängen und Winkelgrößen bestimmen können.

Aufgabengruppe II

1.
 - a) Überlegen Sie zunächst, welche y-Koordinate jeder Schnittpunkt mit der x-Achse hat. Verwenden Sie diese Information, um eine geeignete Gleichung aufzustellen, die Sie anschließend nach x auflösen.
 - b) Führen Sie für die beiden Punkte Q und P jeweils eine Punktprobe durch, indem Sie die Koordinaten der Punkte in die Funktionsgleichung von p_1 einsetzen.
 - c) Hier bietet sich als Ansatz für die Funktionsgleichung von p_2 die Scheitelpunktform an. Wenn Sie diese aufgestellt haben, können Sie durch Ausmultiplizieren und Zusammenfassen des Funktionsterms die Normalform bestimmen.
 - d) Setzen Sie die Funktionsterme der Parabel und der Geraden gleich und lösen Sie die daraus resultierende quadratische Gleichung. Die y-Koordinaten der Schnittpunkte R und T erhält man durch Einsetzen der zuvor bestimmten x-Werte in eine der Funktionsgleichungen.
 - e) Verwenden Sie beim Einzeichnen der beiden Parabeln Ihre Parabelschablone.
 - f) Es gibt hier verschiedene Lösungsmöglichkeiten. Eine besonders kurze und einfache Lösung besteht darin, sich vorzustellen, dass die beiden Parabeln denselben Scheitelpunkt, ansonsten aber keinen weiteren Punkt gemeinsam haben. Überlegen Sie, welche besondere Lage die zu findende Parabel p_5 in Bezug auf die Parabel p_4 dann haben muss. Diese besondere Lage (denken Sie dabei an die Öffnung der beiden Parabeln) macht es recht leicht, die gesuchte zugehörige Funktionsgleichung von p_5 anzugeben.
2.
 - a) Zunächst sollten Sie den Platzhalter in der Klammer auf der rechten Seite der Gleichung bestimmen. Beachten Sie dafür in der 2. binomischen Formel $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, dass der Term a^2 dem Term $49x^2$ in der vorliegenden Aufgabe entspricht. Der andere Platzhalter auf der linken Seite der Gleichung lässt sich anschließend ebenfalls mithilfe der binomischen Formeln ermitteln.
 - b) Hier sind die beiden gesuchten Platzhalter durch das Ausmultiplizieren der Klammer auf der linken Seite der Gleichung mithilfe der zweiten binomischen Formel zu ermitteln. Achten Sie dabei unbedingt auf das Minuszeichen vor dieser Klammer.
3.
 - a) Versuchen Sie sich entweder vor Ihrem geistigen Auge oder durch eine schnelle Skizze zu vergegenwärtigen, wie die Gerade g_1 im Koordinatensystem verläuft. Dies hilft, die vier Aussagen schnell auf ihren Wahrheitsgehalt hin zu überprüfen.
 - b) Führen Sie für den Punkt B eine Punktprobe durch, indem Sie die Koordinaten des Punktes in die Funktionsgleichung von g_1 einsetzen.
 - c) Als Ansatz für die Funktionsgleichung von g_2 eignet sich $y = m_2 + t_2$. Die Steigung m_2 ist in der Aufgabe gegeben und kann daher direkt in die Gleichung übertragen werden. Um anschließend t_2 zu ermitteln, setzt man die Koordinaten des gegebenen Punktes P in diese Funktionsgleichung ein und löst die daraus resultierende Gleichung nach t_2 auf.
 - d) Überlegen Sie zunächst, welche besondere Eigenschaft zwei Geraden haben, wenn sie (mindestens) zwei Punkte gemeinsam haben. Um diese besondere Eigenschaft hier bei g_1 und g_3 nachzuweisen, können Sie die Funktionsgleichung von g_3 durch Umformen in die Normalform überführen. Vergleichen Sie nun die Normalformen der beiden Geradengleichungen von g_1 und g_3 miteinander.
 - e) Überlegen Sie zunächst, welcher rechnerische Zusammenhang zwischen den Steigungen zweier senkrecht aufeinander stehenden Geraden besteht. Überprüfen Sie, ob dieser rechnerische Zusammenhang bei den beiden Geraden g_1 und g_4 erfüllt ist.
 - f) Überlegen Sie zunächst, welche y-Koordinate jeder Schnittpunkt mit der x-Achse hat. Verwenden Sie diese Information, um eine geeignete Gleichung aufzustellen, die Sie anschließend nach x auflösen. Vergessen Sie anschließend bei der Angabe des Punktes N nicht, dass dieser zwei Koordinaten hat.

Bearbeitungstipps

- g) Verwenden Sie beim Zeichnen der beiden Geraden jeweils deren Steigung (Steigungsdreieck!) und y-Achsenabschnitt. Sie können alternativ auch Hilfspunkte berechnen.
4. Zur Ermittlung der Definitionsmenge beachten Sie, dass eine Division durch 0 nicht definiert ist. Um die Lösungsmenge zu bestimmen, muss zunächst der Hauptnenner aller in der Gleichung vorkommenden Nenner ermittelt werden. Danach multipliziert man beide Seiten der Gleichung mit diesem Hauptnenner und löst die daraus resultierende Gleichung. Am Schluss sollten Sie die gefundenen Lösungen für x noch mit der zu Beginn bestimmten Definitionsmenge abgleichen.
5. a) Beachten Sie zum besseren Verständnis der Aufgabe, dass eine Hohlkugel aus einer äußeren kugelförmigen (hier: (Messing)-Hülle) und einem innen liegenden kugelförmigen Hohlraum besteht. In diesem Hohlraum befindet sich nur Luft. Die Masse dieser Luft dürfen Sie bei allen weiteren Berechnungen vernachlässigen. Zur Bestimmung des inneren Radius beachten Sie, dass sich das Gesamtvolumen der Kugel aus zwei Einzelvolumina zusammensetzt. Stellen Sie mithilfe dieser Information eine Gleichung auf, die Sie nach dem gesuchten Innenradius auflösen.
- b) Da der Durchmesser der Messingkugel in cm angegeben ist, sollten Sie den Preis für Blattgold zunächst von €/m² in €/cm² umwandeln. Überlegen Sie anschließend, ob beim Vergolden der Kugel das Volumen oder der Oberflächeninhalt der Kugel von Bedeutung ist. Mit der entsprechenden Formel können Sie die Aufgabe lösen.
6. a) Wenn n die Anzahl an Halbwertszeiten und W_0 die Anfangsmasse beschreibt, dann wird die nach n Halbwertszeiten noch vorhandene Endmasse W_n mit der Formel $W_n = W_0 \cdot (0,5)^n$ berechnet. Bestimmen Sie in dieser Teilaufgabe a) zunächst die Anzahl der vergangenen Halbwertszeiten. Nun haben Sie alle benötigten Größen, um mithilfe der obigen Formel die gesuchte Endmasse zu ermitteln.
- b) Auch hier sollten Sie zunächst die Anzahl der vergangenen Halbwertszeiten berechnen. Nun haben Sie alle benötigten Größen, um mithilfe der obigen Formel die gesuchte Anfangsmasse zu berechnen. Dazu müssen Sie die Formel geeignet umstellen.
- c) Wiederum benötigen Sie die in a) und b) erwähnte Formel, die Sie nach Einsetzen aller bekannten Größen nach n auflösen. Beachten Sie jedoch, dass n nicht die Anzahl an vergangenen Stunden, sondern die Anzahl der vergangenen Halbwertszeiten beschreibt.
7. Zunächst sollten Sie sich klar machen, was aus der Gleichseitigkeit des Dreiecks ABC für die drei Winkelgrößen des Dreiecks folgt. Außerdem sollten Sie beachten, dass sich der Inhalt der schraffierten Fläche als Subtraktion der Inhalte zweier anderer Figuren darstellen lässt. Um die Inhalte dieser beiden anderen Figuren zu bestimmen, sind jeweils mehrere Schritte nötig, in denen neben trigonometrischen Berechnungen auch die Strahlensätze hilfreich sind.
8. a) Beachten Sie, dass es sich um ein zweistufiges Zufallsexperiment mit Zurücklegen handelt. Die Wahrscheinlichkeiten an den Pfaden ergeben sich aus der jeweiligen Anzahl an grünen und roten Äpfeln.
- b) Beachten Sie, dass das Ereignis „Ein roter und ein grüner Apfel“ zwei unterschiedlichen Pfaden im Baumdiagramm entspricht. Bei der Berechnung der gesuchten Wahrscheinlichkeit müssen also die Pfadregeln beachtet werden.
- c) Wandeln Sie den Dezimalbruch 0,2 in einen vollständig gekürzten Bruch um. Aus diesem Bruch folgt unmittelbar, in jeder wievielten Kiste sich faule Kirschen befinden. Vergleichen Sie dies mit Jans Behauptung.
9. Da sich sowohl im Zähler als auch im Nenner nur Produkte befinden, können Sie nach dem Assoziativ- und Kommutativgesetz der Multiplikation im Zähler und Nenner alle Zahlen als Produkte zusammenfassen und kürzen, wobei Sie die Terme mit den Variablen zunächst ohne weitere Umformungen stehen lassen. Anschließend müssen Sie verschiedene Potenzgesetze anwenden, um die Terme mit den Variablen noch weiter zu vereinfachen.