Teil A

Ein deutsch- oder zweisprachiges Wörterbuch in Printform ist **erlaubt**.
Die Benutzung von **Formelsammlung** und **Taschenrechner** ist **hier nicht erlaubt.**

1. Überprüfen Sie, ob die Geraden g_1: $y = -0{,}5x + 0{,}5$ und g_2: $y = 2x - 1$ senkrecht aufeinander stehen.

1 P

2. Der Durchmesser einer Kugel ist genauso lang wie die Kante eines Würfels.
Dieser Würfel hat einen Oberflächeninhalt von 600 cm^2.
Geben Sie den Radius der Kugel an.

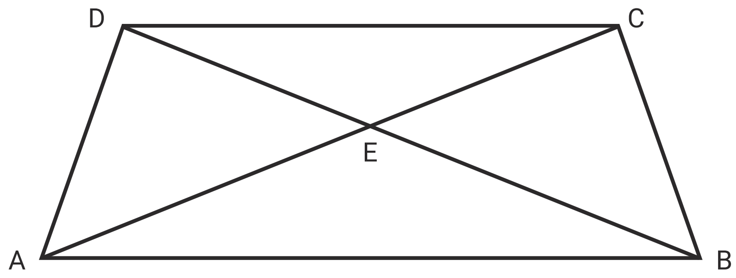
1 P

3. Vereinfachen Sie den unten stehenden Term so weit wie möglich.
Es gilt: $x \neq 0$

$$\frac{x^{n+1}}{x^n}$$

1 P

4. Gegeben ist ein gleichschenkliges Trapez mit eingezeichneten Diagonalen (siehe Skizze).
Es gilt: Dreieck ABE ist ähnlich zu Dreieck CDE.
Begründen Sie diese Aussage.

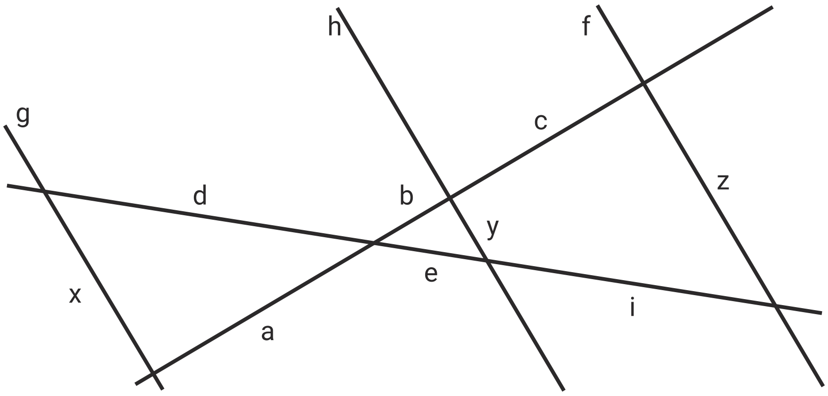


Quelle: StMUK

0,5 P

5. In der folgenden Abbildung sind die Längen der Strecken a und b bekannt. Geben Sie an, welche weitere Streckenlänge gegeben sein müsste, damit man die Länge der Strecke y berechnen könnte.
Begründen Sie Ihre Entscheidung.

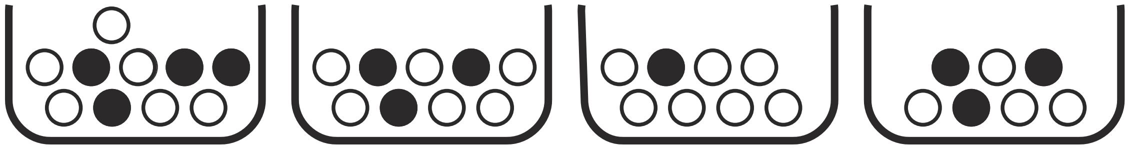
Es gilt: g II h II f



Quelle: StMUK

1,5 P

6. Bei einem Zufallsexperiment wird bei jedem Zug eine Kugel ohne Zurücklegen aus dem Behälter genommen (siehe Abbildungen).



Quelle: StMUK

Die Abbildung des Behälters „nach dem 2. Zug“ ist fehlerhaft.
Zeichnen Sie Ihre korrigierte Abbildung „nach dem 2. Zug“ auf das Blatt.

1 P

7. Gegeben ist die Gleichung $\frac{(x+3)^2}{2} - \frac{(2-x)^2}{4} = 20 - x$.

Petra stellt dazu folgende Definitionsmenge auf: D = IR.
Erklären Sie, warum sie recht hat.

1 P

8. Nachfolgend finden Sie Aussagen zu einer exponentiellen Zunahme.
Kreuzen Sie die beiden falschen Aussagen an.

- ☐ Der Wachstumsfaktor ist größer als 1.
- ☐ Der Anfangswert ist kleiner als der Endwert.
- ☐ Der Graph ist eine Parabel.
- ☐ Der Anfangswert kann nicht gleich 0 sein.
- ☐ Die prozentuale Zunahme p entspricht dem Wachstumsfaktor q.
- ☐ Der Graph steigt.

1 P

Teil B

Ein deutsch- oder zweisprachiges Wörterbuch in Printform ist **erlaubt**.
Die Benutzung von **Formelsammlung** und **Taschenrechner** ist **hier erlaubt**.

Aufgabengruppe I

1. a) Die Gerade g_1 verläuft durch die Punkte A (1 | -3) und B (3 | -5).
   Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden g_1.

   b) Gegeben ist die Gerade g_2: $y = 3x - 3$.
   Überprüfen Sie rechnerisch, ob der Punkt C (1,5 | 1,5) auf dieser Geraden liegt.

   c) Die Gerade g_3 verläuft durch den Punkt D (3 | -2) und steht senkrecht auf der Geraden g_2.
   Ermitteln Sie die Funktionsgleichung der Geraden g_3.

   d) Berechnen Sie die x-Koordinate des Schnittpunkts N_4 der Geraden g_4: $y = -x - 1$ mit der x-Achse.

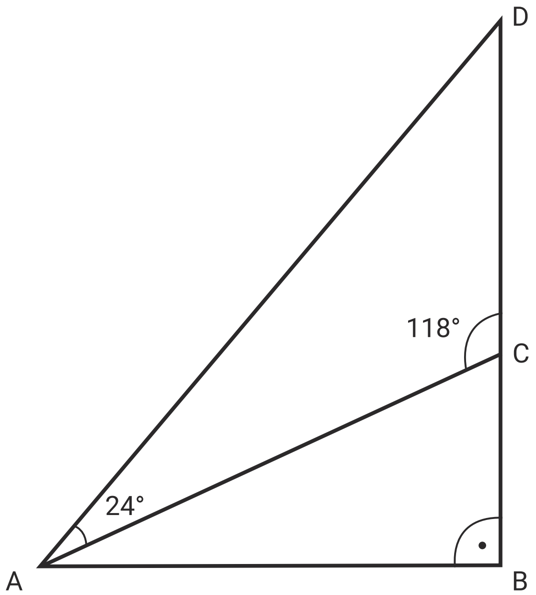
   e) Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten des Schnittpunkts S der Geraden g_2 und g_4 und geben Sie S an.

   f) Die Geraden g_5: $y = \frac{3}{7}x - 3$ und g_6 : $y = \frac{3}{7}x + 7$ haben keinen gemeinsamen Punkt.

   Verändern Sie genau eine Zahl in einer der beiden Funktionsgleichungen so, dass die beiden Geraden mindestens einen Punkt gemeinsam haben.

   g) Zeichnen Sie die Geraden g_2 und g_4 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm. **7 P**

2. In der folgenden Skizze gilt: $|\overline{AC}| = 53$ m.
   a) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ACD.



Quelle: StMUK
Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

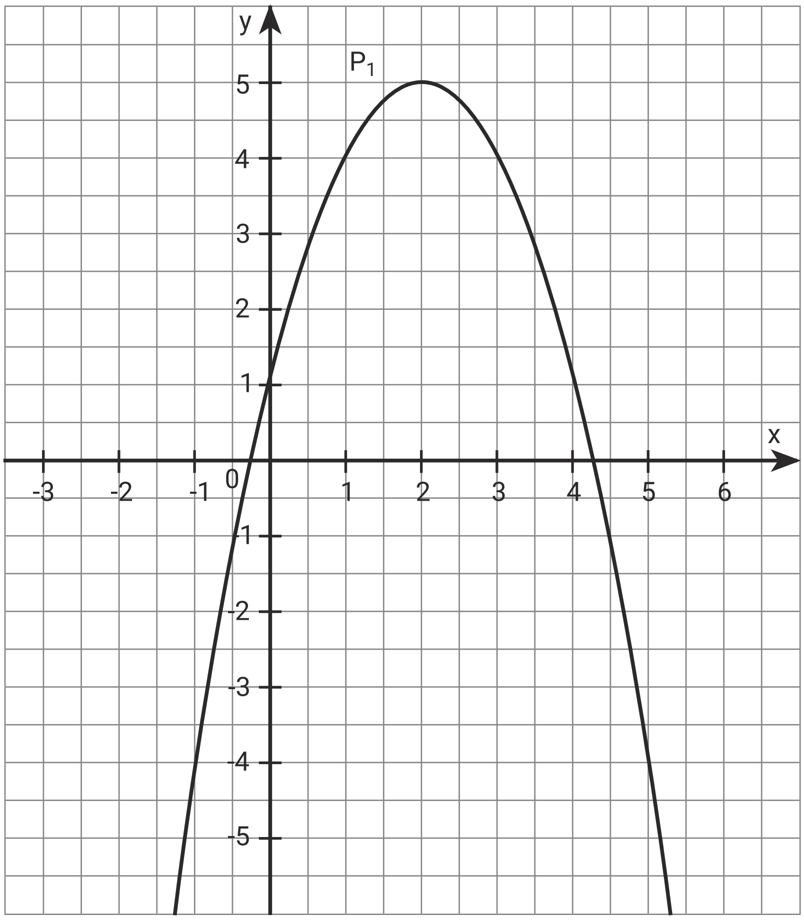
   b) Skizzieren Sie die Abbildung auf Ihr Lösungsblatt und zeichnen Sie genau eine Strecke $\overline{BE}$ so ein, dass für eines der abgebildeten Dreiecke der Höhensatz und der Kathetensatz aufgestellt werden kann. **5 P**

3. Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich.
   Es gilt: x, y, z ≠ 0

$$\frac{9x^{-2}y \cdot 4y^{2}z^{-3} \cdot 5x^{7}y^{-1}z}{2y^{2} \cdot 3x^{-2}y^{-1} \cdot 2x^{1}z^{-2}}$$

2 P

4. a) Die nachfolgende Abbildung zeigt die Parabel p_1.
   Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform.



Quelle: StMUK

b) Die Parabel p_1 wird an der x-Achse gespiegelt.
   Geben Sie die Funktionsgleichung dieser gespiegelten Parabel p_2 in der Scheitelpunktform an.

c) Die Parabel p_3: $y = x^2 - 8x + 7$ schneidet die x-Achse in den Punkten N_1 und N_2.
   Berechnen Sie die x-Koordinaten dieser beiden Punkte.

d) Überprüfen Sie rechnerisch, ob die Punkte A (4 | -8) und B (10 | 27) auf der Parabel p_3 liegen.

e) Die Gerade g: $y = x - 9$ schneidet die Parabel p_4: $y = -x^2 + 3x - 6$ in den Punkten C und D.
   Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten dieser Schnittpunkte und geben Sie C und D an.

f) Zeichnen Sie die Parabeln p_3 und p_4 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

7 P

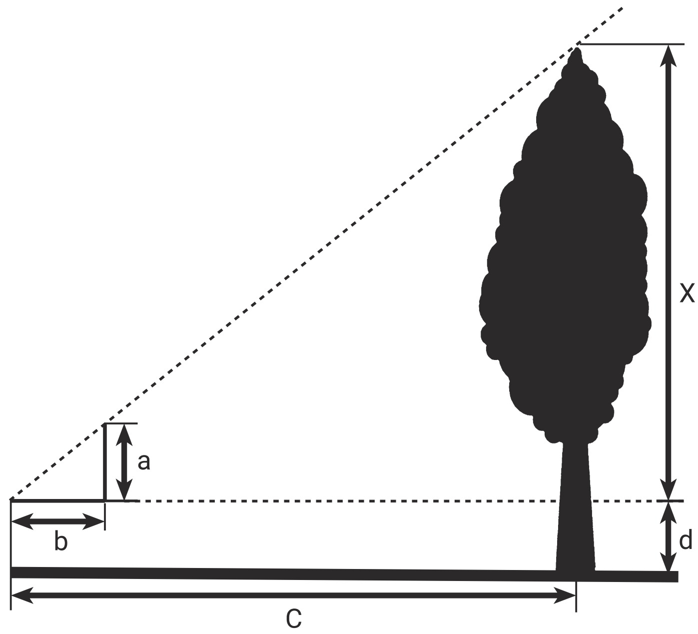
5. In einer beliebten Urlaubsregion gab es im Jahr 2010 insgesamt 88 Millionen Übernachtungen. In den folgenden neun Jahren ist die Zahl der Übernachtungen exponentiell auf 101 Millionen im Jahr 2019 gestiegen.

   a) Berechnen Sie den jährlichen Zuwachs in diesen neun Jahren in Prozent.

   b) in den zwei Jahren ab 2019 nahm die Zahl der Übernachtungen um jährlich 22,3 % ab. Berechnen Sie die Zahl der Übernachtungen nach diesen zwei Jahren.

   c) Von 2021 bis 2022 stieg die Übernachtungszahl wieder um 1,65 % auf 62 Millionen an. Berechnen Sie, wie viele Jahre es bei diesem jährlichen prozentualen Zuwachs noch dauern würde, bis die Übernachtungszahl von 101 Millionen wieder erreicht würde. **4 P**

6. Berechnen Sie für folgende Längen die Höhe des Baumes (siehe Skizze):
   a = 20 cm, b = 25 cm c = 20 m, d = 1,60 m



Quelle: StMUK
Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

2 P

7. Eine Messingkugel soll in einem würfelförmigen Behälter aufbewahrt werden. Der Würfel hat ein Innenvolumen von 100 cm³. Die Kugel hat eine Masse von 550 g, wobei 1 cm³ Messing eine Masse von 8,73 g hat. Begründen Sie nachvollziehbar, ob die Kugel in den Behälter passt. **3 P**

8. Geben Sie die Definitionsmenge der folgenden Gleichung an und ermitteln Sie die Lösungsmenge rechnerisch.

$$\frac{32}{8x + 16} = \frac{5x}{2x + 4}$$

3 P

9. Bei einem Zufallsexperiment befinden sich in einem Behälter 20 Kugeln.
Auf jede Kugel ist genau eine Zahl aufgedruckt:
Viermal die Zahl 1, sechsmal die Zahl 2 und zehnmal die Zahl 3.
Nacheinander wird jeweils eine Kugel gezogen und nicht mehr zurückgelegt.

a) Es wird zweimal gezogen.
Stellen Sie diesen Sachverhalt in einem Baumdiagramm dar und beschriften Sie die Äste mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten.

b) Es wird dreimal gezogen.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dreimal die gleiche Zahl gezogen wird.

c) Es wird dreimal gezogen. Die drei Zahlen bilden in der gezogenen Reihenfolge eine dreistellige Zahl.
Berechnen Sie, wie viele unterschiedliche dreistellige Zahlen auftreten können. **4 P**

10. Folgende Gleichungen sind Anwendungen von binomischen Formeln.
Stellen Sie die vollständigen Gleichungen auf und notieren Sie diese auf Ihrem Lösungsblatt.

a) $\square - \square + 169y^6 = (9x - \square)^2$

b) $-(\square - 15y)^2 = -49x^2 \square 210xy \square 225y^2$ **3 P**

Aufgabengruppe II

1. Gegeben sind die Geraden g_1, g_2 und g_3 sowie die Punkte A (-2 | 2) und C (6 | 4).
Die Gerade g_1 verläuft parallel zur x-Achse und durch den Punkt A.
Die Gerade g_2 verläuft durch die Punkte A und C.
Die Gerade g_3 schneidet g_2 im Punkt C und steht senkrecht auf g_2.

a) Zeichnen Sie die Geraden g_1, g_2 und g_3 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

b) Berechnen Sie den Abstand zwischen den Punkten A und C.

c) Geben Sie die Funktionsgleichung der Geraden g_1 an.

d) Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden g_2.

e) Die Gerade g_4 mit der Funktionsgleichung g_4: $\frac{1}{2}y + 1 - 3x = 0$ schneidet die Gerade g_5: $y = -0{,}5x + 4{,}5$ im Punkt D.
Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten des Schnittpunkts D. **7 P**

2. Geben Sie die Definitionsmenge der folgenden Gleichung an und ermitteln Sie die Lösungsmenge rechnerisch.

$$\frac{28x - 12}{8} = \frac{(x + 3)^2}{x - 1}$$

4 P

3. Johannes kauft einen neuen Elektroroller im Wert von 3250 €.

   a) Ermitteln Sie rechnerisch, nach wie vielen Jahren dieser Elektroroller noch einen Wert von 880 € hätte, wenn man von einem jährlichen Wertverlust von 23 % ausgeht.

   b) Der Roller verliert in Wirklichkeit aber anfangs schneller an Wert. So beträgt die Wertminderung im ersten Jahr 26 %, im zweiten Jahr 24 % und in den beiden Folgejahren jeweils 18,5 %. Berechnen Sie den Wert des Elektrorollers nach diesen vier Jahren.

   c) Ein Schulfreund von Johannes kauft sich einen vier Jahre alten Elektroroller im Wert von 1129 €. Berechnen Sie den Neupreis des Rollers bei einer jährlichen Wertminderung von 21 % in den ersten vier Jahren. **4 P**

4. a) Die nach oben geöffnete Normalparabel p_1 verläuft durch die Punkte A (-2 | -3) und B (0 | -3). Berechnen Sie die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform.

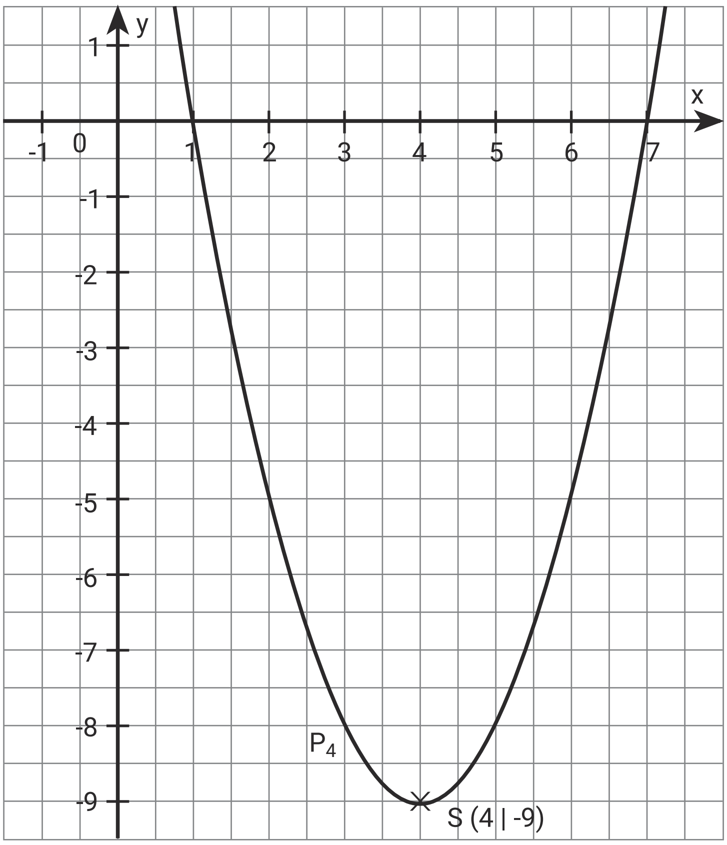
   b) Die nach unten geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt S_2 (2 | 1). Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_2 in der Normalform.

   c) Zeichnen Sie die Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

   d) Die Parabel p_3 hat die Funktionsgleichung p_3: $y = x^2 - 14x + 37$. Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten des Scheitelpunkts S_3.

   e) Der Punkt C (-4 | y) liegt auf der Parabel p_3. Berechnen Sie die y-Koordinate des Punkts C.

   f) Die folgende Abbildung zeigt die Normalparabel p_4. Lesen Sie die x-Koordinaten der Nullstellen von p_4 aus dem Graphen ab und überprüfen Sie diese rechnerisch.



Quelle: StMUK

g) In der folgenden Aufgabenstellung ist ein mathematischer Fehler enthalten. „Gegeben ist die Parabel p_5: $y = x^2 - 6x - 3$. Berechnen Sie die Koordinaten der zwei Schnittpunkte von p_5 mit der y-Achse.“ Ändern Sie die Aufgabenstellung so, dass sie mathematisch korrekt ist. Notieren Sie diese auf ihrem Lösungsblatt. **8 P**

5. In einer Getränkekiste befinden sich ungeordnet 12 Flaschen mit gleicher Form. Drei Flaschen enthalten Wasser (W), fünf Flaschen Apfelschorle (A) und die restlichen Holunderschorle (H).
Da die Kiste in einem sehr dunklen Kellerraum steht, sieht man erst nach dem Verlassen des Raums, welches Getränk man entnommen hat.
Yannis holt sich zweimal nacheinander je eine Flasche aus der Kiste.

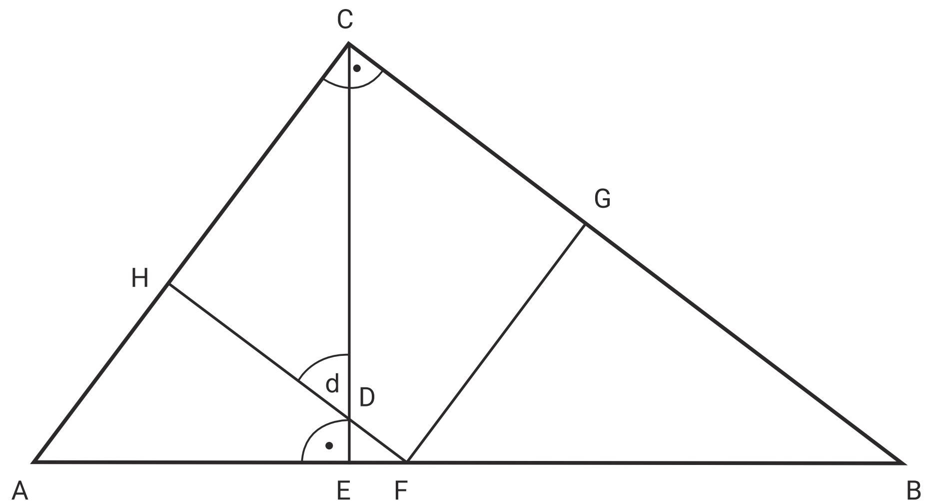
a) Stellen Sie die möglichen Ergebnisse in einem Baumdiagramm dar. Beschriften Sie die Äste mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Yannis beide Male eine Flasche mit Holunderschorle entnimmt.

c) Ermitteln Sie rechnerisch die Wahrscheinlichkeit dafür, dass keine der beiden Flaschen Apfelschorle enthält.

d) Geben Sie die Anzahl der möglichen Getränkekombinationen aus den zwei Flaschen an. Die Reihenfolge der Entnahme wird dabei nicht berücksichtigt. **4 P**

6. Bei folgender Figur gilt:
$|\overline{AE}| = 2{,}5$ cm; $|\overline{AB}| = 9{,}5$ cm; $|\overline{ED}| = 0{,}7$ cm; $d = 55°$

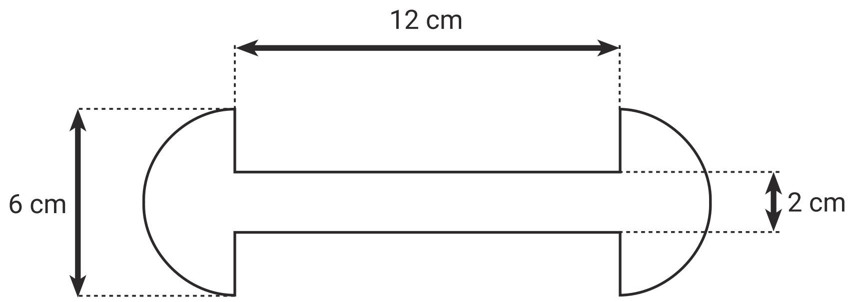


Quelle: StMUK
Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

a) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Quadrats CHFG.

b) Berechnen Sie die Länge der Kathete $\overline{AC}$ mithilfe des Kathetensatzes. **4 P**

7. Bei einem massiven Werkstück ist auf die Grund- und Deckfläche eines Zylinders je eine Halbkugel aufgesetzt. Die Abbildung zeigt den Querschnitt des Werkstücks mit den entsprechenden Maßen.



Quelle: StMUK

Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

a) Das Werkstück besteht aus Aluminium.
   1 cm^3 dieses Materials hat eine Masse von 2,7 g.
   Berechnen Sie die Masse des Werkstücks.

b) Die beiden Halbkugeln des Werkstücks erhalten einen farbigen Schutzanstrich. Die Mantelfläche des Zylinders wird nicht eingefärbt.
   Berechnen Sie den Oberflächeninhalt der zu färbenden Fläche. **4 P**

8. Gegeben sind die Punkte A (0 | 2) und B (4 | 0) sowie das Zentrum Z (0 | 0).
Die Strecke $\overline{AB}$ wird durch eine zentrische Streckung mit dem Streckungsfaktor $k_1 = 2{,}5$ auf die Strecke $\overline{A'B'}$ abgebildet.

Bei einer zweiten zentrischen Streckung wird die Strecke $\overline{AB}$ mit $k_2 = 0{,}5$ auf $\overline{A''B''}$ abgebildet.

Zeichnen Sie die Strecken $\overline{AB}$, $\overline{A'B'}$ und $\overline{A''B''}$ in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm und geben Sie den Streckungsfaktor k_3 für die Streckung von $\overline{A'B'}$ auf $\overline{A''B''}$ an. **3 P**

9. Bei einer Gleichung zur Anwendung einer binomischen Formel ist nur das gemischte Glied bekannt.
Stellen Sie eine mögliche vollständige Gleichung auf und notieren Sie diese auf Ihrem Lösungsblatt.

$(\square + \square)^2 = \square + 16x^8y^2 + \square$ **2 P**

Bearbeitungstipps

Teil A

1. Beachten Sie, wie sich der Steigungsfaktor m bei orthogonalen Geraden verändert und überprüfen Sie dementsprechend.

2. Sie erhalten die Kantenlänge des Würfels aus dessen Oberfläche. Sie ist gleichzeitig der Kugeldurchmesser, sodass deren Radius leicht bestimmt werden kann.

3. Vergegenwärtigen Sie sich die Potenzgesetze und formen Sie den Term entsprechend um.

4. Führen Sie sich vor Augen, was für Strecken bzw. Winkel in ähnlichen Dreiecken gilt und vergleichen Sie entsprechende Winkel in der Abbildung.

5. Kennzeichnen Sie zum besseren Verständnis gegebene Strecken in der Skizze farbig. Unter Anwendung des 2. Strahlensatzes erkennen Sie, welche Strecke noch gegeben sein müsste.

6. Überprüfen Sie zunächst, wie viele schwarze bzw. weiße Kugeln sich nach dem 1. Zug im Behälter befinden und schließen Sie daraus, welche Art von Kugel entnommen wurde. Vergleichen Sie nun, wie viele schwarze Kugeln sich nach dem 2. Zug im Behälter befinden müssen, wenn Sie sich deren Anzahl nach dem 3. Zug vor Augen führen. Jetzt können Sie schlussfolgern, welche Kugel mit dem 2. Zug entfernt wurde und die Abbildung „nach dem 2. Zug" korrigieren.

7. Eine Division durch ‚Null' ist nicht definiert. Vergegenwärtigen Sie sich, ob bei dieser Bruchgleichung der Nenner überhaupt den Wert 0 annehmen kann.

8. Beachten Sie, dass exponentielle Wachstumsprozesse durch einen Wachstumsfaktor (Grundwert + Zunahme $(1 + \frac{p}{100})^n$!) bestimmt sind, wobei die Hochzahl n die Zahl der benötigten Zeitintervalle angibt. Überprüfen Sie dementsprechend die Aussagen.

Teil B – Aufgabengruppe I

1. a) Errechnen Sie mithilfe der Koordinaten von A und B die Steigung m_1 der Geraden. Durch Einsetzen von m_1 und der Koordinaten eines der beiden Punkte A oder B in die allgemeine Geradengleichung $y = mx + t$ lässt sich der Achsenabschnitt t_1 berechnen und die Funktionsgleichung aufstellen.

b) Setzen Sie die Koordinaten von C in die Geradengleichung ein. C liegt auf der Geraden, wenn beide Seiten der Gleichung denselben Wert ergeben.

c) Beachten Sie, dass für die Steigungen zweier aufeinander senkrecht stehender Geraden die Beziehung m_1 mal $m_2 = -1$ gilt. Durch anschließendes Einsetzen der Koordinaten von D in die allgemeine Geradengleichung kann nun der Achsenabschnitt bestimmt und die Funktionsgleichung aufgestellt werden.

d) Bei jedem Punkt, der auf der x-Achse liegt, ist der y-Wert gleich 0. Berechnen Sie mit diesem Wissen die x-Koordinate mit einer Gleichung.

e) Setzen Sie die y-Werte der beiden Geraden gleich und lösen Sie die daraus resultierende lineare Gleichung. Die y-Koordinate des Schnittpunkts erhält man durch Einsetzen des zuvor ermittelten x-Wertes in eine der beiden Geradengleichungen.

f) Überlegen Sie, wie zwei Geraden verlaufen müssen, wenn sie keine gemeinsamen (Schnitt-)Punkte haben und was dies für die beiden Steigungsfaktoren bedeutet. Daraus können Sie schließen, welche Zahl verändert werden muss, damit mindestens ein solcher Punkt entsteht.

g) Bei der Zeichnung bieten sich der Schnittpunkt S der Geraden g_2 und g_4, der Achsenabschnitt t_2 und der Schnittpunkt N_4 der Gerade g_4 mit der y-Achse an. Achten Sie auf saubere und genaue Darstellung.

2. a) Man erhält die Fläche des Dreiecks ACD durch Subtraktion der Flächeninhalte von ▲ABD – ▲ABC. Um die dazu nötigen Bestimmungsstücke zu berechnen, müssen Sie die Winkelsumme im Dreieck, den Lehrsatz von Pythagoras für rechtwinklige Dreiecke sowie den Sinus-. u. Tangenssatz anwenden.

Bearbeitungstipps

b) Die Strecke $\overline{BE}$ lässt sich sowohl im ▲ABD mit der Hypotenuse $\overline{AD}$ als auch als Höhe im ▲ABC mit der Hypotenuse $\overline{AC}$ einzeichnen, sodass in beiden Dreiecken der Höhensatz und der Kathetensatz aufgestellt werden können.

3. Durch Ordnen, Zusammenfassen (Zahlen, x-/y-/z-Glieder) und Kürzen können Sie unter Beachtung der Potenzgesetze den Term vereinfachen.

4. a) Der Scheitelpunkt lässt sich aus der Abbildung problemlos ablesen. Setzen Sie seine Koordinaten in die Scheitelpunktgleichung von Parabeln ein. Beachten Sie dabei, dass die Parabel nach unten geöffnet ist („–" vor der Klammer !). Formen Sie nun durch Auflösung der Klammer und Zusammenfassen in die Normalform um.

b) Bei Spiegelung an der x-Achse ändern sich die Lage des Scheitelpunktes und die Öffnung der Parabel. Bestimmen Sie die neuen Koordinaten von S_2 und setzen Sie diese in die Scheitelpunktform ein.

c) Setzen Sie y = 0 und berechnen Sie $X_{1/2}$ durch quadratische Ergänzung oder mithilfe der Lösungsformel.

d) Setzen Sie die Koordinaten der beiden Punkte jeweils in die Funktionsgleichung ein. Ein Punkt liegt auf der Parabel, wenn auf beiden Seiten vom Gleichheitszeichen derselbe Wert steht.

e) Man erhält die Schnittpunkte, indem man die y-Werte beider Gleichungen gleichsetzt. Durch Auflösung der quadratischen Gleichung erhält man die gesuchten x-Koordinaten. Werden die gefundenen x-Werte in eine der beiden Gleichungen eingesetzt (hier bietet sich die Geradengleichung an!), bekommt man die dazugehörigen y-Werte. Vergessen Sie bei der Lösungsdarstellung nicht, beide (x und y) anzugeben.

f) Konstruktionshilfsmerkmale:

P_3: nach oben geöffnet: $N_1(7 \mid 0)$, $N_2(1 \mid 0)$

p_4: nach unten geöffnet; $C(3 \mid -6)$, $D(-1 \mid -10)$

5. Beachten Sie, dass es sich um exponentielles Wachstum handelt.

a) Berechnen Sie den Wachstumsfaktor nach 9 Jahren und leiten daraus nach der bekannten Formel den Prozentsatz ab.

b) Hier handelt es sich um eine gleichbleibende prozentuale Abnahme.

Ermitteln Sie zunächst den Abnahmefaktor ($q = 1 - \frac{p}{100}$) und bestimmen Sie dann die neue Übernachtungszahl.

c) Bestimmen Sie zunächst wieder den Zunahmefaktor q. Die Berechnung des Exponenten (= Anzahl der Jahre) gelingt nur mit dem Logarithmus.

6. Es ist hilfreich, bekannte Strecken in der Zeichnung farbig zu markieren. Machen Sie sich bewusst, dass die Strecken auf einem Strahl und den beiden Parallelen liegen (2. Strahlensatz). Berechnen Sie nun durch Umstellung der Verhältnisgleichung die Strecke x. Jetzt kann die Höhe des Baumes bestimmt werden (in Meter).

7. Es muss Ihnen klar sein, dass die Kugel nur in den Würfel passt, wenn die Kante des Würfels größer als der Kugeldurchmesser ist. Berechnen Sie also beide Strecken mit den bekannten Formeln und vergleichen Sie.

8. Setzen Sie beide Nenner jeweils 0 und berechnen Sie, für welche x-Werte dies der Fall ist. Nun können Sie den Definitionsbereich angeben. Lösen Sie nun die Bruchgleichung durch Division mit dem Hauptnenner auf und bestimmen Sie $x_{1/2}$ durch quadratische Ergänzung oder mit der Lösungsformel. Für die Lösungsmenge sollten Sie Ihre Ergebnisse mit dem Definitionsbereich vergleichen.

9. a) Mit einem Baumdiagramm lassen sich die Möglichkeiten übersichtlich darstellen. Beachten Sie, dass es sich um ein zweistufiges Zufallsexperiment ohne Zurücklegen handelt. Die Wahrscheinlichkeiten an den Pfaden ergeben sich durch die jeweilige Anzahl an Kugeln mit der Ziffer 1, 2 oder 3. Berücksichtigen Sie, dass der Nenner nach der 1. Entnahme um 1 kleiner wird und dass die Summe aller Einzelwahrscheinlichkeiten eines Knotens im Baumdiagramm 1 ergibt.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses durch Multiplikation der Wahrscheinlichkei-

Bearbeitungstipps

ten entlang eines Pfades und Addition am Pfadende bei mehreren Pfaden.

c) Bestimmen Sie die Anzahl nach der Produktregel. Jede Zahl kann an jeder Stelle dreimal vorkommen

10. Es handelt sich bei a) und b) jeweils um die 2. binomische Formel.

a) Den 2. Platzhalter auf der rechten Seite ermitteln Sie durch Wurzelziehen, den 1. Platzhalter auf der linken Seite durch Quadrieren. Nun lässt sich auch „2ab" bestimmen.

b) Hier ist das „–" vor der Klammer zu beachten. Den Platzhalter auf der linken Seite erhält man durch Wurzelziehen. Die Vorzeichen auf der rechten Seite ergeben sich, wenn man das Binom in der Klammer auf der linken Seite auflöst und die Klammer dann mit (-1) multipliziert.

Aufgabengruppe II

1. a) Achten Sie auf eine saubere und genaue Darstellung.

b) Suchen Sie sich in der Zeichnung ein rechtwinkliges Dreieck, in dem die Strecke $\overline{AC}$ Hypotenuse ist und so mithilfe des Lehrsatzes von Pythagoras berechnet werden kann.

c) Was bedeutet es für die Steigung meiner Gerade, wenn sie parallel zur x-Achse verläuft? Welchen y-Wert hat jedes x? Berücksichtigen Sie dies bei der Aufstellung der Funktionsgleichung.

d) Errechnen Sie mithilfe der Koordinaten von A und B die Steigung m_2 der Geraden g_2. Durch Einsetzen von m_2 und der Koordinaten eines Punktes in die allgemeine Geradengleichung lässt sich nun der Achsenabschnitt berechnen und die Funktionsgleichung aufstellen.

e) Den Schnittpunkt zweier Geraden erhält man durch Gleichsetzung der y-Werte. Dazu müssen Sie zunächst die Geradengleichung von g_4 geeignet umformen. Stellen Sie nun die Gleichung auf, berechnen x und ermitteln Sie den zugehörigen y-Wert durch Einsetzen von x in eine·der beiden Geradengleichungen. Vergessen Sie nicht, beide Koordinaten des Schnittpunktes anzugeben.

2. Berechnen Sie, für welchen x-Wert der Nenner eines Bruches „Null" ergibt und stellen Sie danach den Definitionsbereich auf. Lösen Sie nun die quadratische Gleichung (Lösungsformel oder quadratische Ergänzung) und geben Sie Lösungsmenge unter Berücksichtigung des Definitionsbereiches an.

3. a) Ermitteln Sie den Abnahmefaktor und bestimmen Sie die Anzahl der Jahre mit dem Logarithmus.

b) Beachten Sie, dass sich die Wertminderung in unterschiedlichen Schritten vollzieht (3 Abnahmefaktoren!). Dies gilt es bei der Berechnung zu berücksichtigen.

c) Gesucht ist hier der Anfangswert W_0, d. h. der Neupreis vor 4 Jahren Wertminderung.

4. a) Durch Einsetzen der Koordinaten von A und B in die Funktionsgleichung können nacheinander über Gleichungssysteme p und q und somit die Normalform der Parabelgleichung ermittelt werden.

b) Setzen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts in die Scheitelpunktgleichung ein und formen Sie diese in die Normalform um. Beachten Sie unbedingt, dass die Parabel nach unten geöffnet ist („–" vor der Klammer).

c) Für die Zeichnung bieten sich die Hilfspunkte A und B auf der nach oben geöffneten Parabel P_1 und der Scheitelpunkt S_2 der nach unten geöffneten Parabel P_2 an. Achten Sie auf möglichst genaue und saubere Darstellung.

d) Formen Sie die Normalform der Funktionsgleichung durch quadratisches Ergänzen in die Scheitelpunktform um und lesen Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts ab.

e) Die y-Koordinate von p_3 wird durch Einsetzen des x-Wertes in die Parabelgleichung berechnet.

f) Nullstellen sind Schnittpunkte der Parabel mit der x-Achse. (y = 0). Die x-Werte lassen sich problemlos aus der Zeichnung ablesen. Zur rechnerischen Überprüfung setzt man in der aufgestellten Scheitelpunktform mit $S_4(4 \mid -9)$ für y = 0 und berechnet durch quadratische Ergänzung die beiden Werte x_1 und x_2.

Bearbeitungstipps

g) Der mathematische Fehler wird offensichtlich, wenn man den Scheitelpunkt von P_5 berechnet. Berücksichtigt man, dass dieser im IV. Quadranten des Koordinatensystems liegt und die Parabel nach oben geöffnet ist, lassen sich Schlussfolgerungen auf Schnittpunkte der Parabel mit der x- bzw. y-Achse ziehen. Dementsprechend können dann mathematisch korrekte Aufgabenstellungen formuliert werden.

5. a) Entwickeln Sie das Baumdiagramm Schritt für Schritt. Beachten Sie bei der Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten, dass nach jeder Entnahme der Nenner um 1 kleiner wird. Überprüfen Sie ggf., ob die Summe der Wahrscheinlichkeiten, die von einem Knoten ausgehen, immer 1 ist.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses durch Multiplikation der Wahrscheinlichkeiten entlang eines Pfades.

c) Hier bietet es sich an, die Ermittlung der gesuchten Wahrscheinlichkeit mithilfe des „Gegenereignisses" anzugehen.

d) Wenden Sie die Produktregel bei Kombinationen an. Alternativ können Sie auch die Anzahl der Kombinationen aus dem Baumdiagramm ablesen.

6. a) Zur Berechnung der Quadratfläche muss die Quadratseite bekannt sein ($\overline{CH} = \overline{CG} = \overline{GF} = \overline{FH}$).
Aufgrund des gegebenen Winkels **a** bietet sich die Seite $\overline{CH}$ an.
Man erhält diese der Reihe nach durch Berechnung von $\overline{EB}$ (Subtraktion), $\overline{CE}$ (Höhensatz), $\overline{CD}$ (Subtraktion), $\overline{CH}$ (Sinussatz im ▲DHC).
Nun kann die Dreiecksfläche bestimmt werden.

b) Die Strecke $\overline{AC}$ ist Kathete im rechtwinkligen Dreieck ABC. Wenden Sie zur Berechnung den Kathetensatz an.

7. Das massive Werkstück besteht aus einer Kugel und einem Zylinder.

a) Berechnen Sie zunächst mit den bekannten Formeln Kugel- und Zylindervolumen. Maße sind aus der Skizze zu entnehmen. Jetzt kann die Masse des Werkstücks berechnet werden.

b) Beachten Sie genau, welche Fläche eingefärbt werden soll. Sie setzt sich aus der Kugeloberfläche und 2 gleichgroßen Kreisringen zusammen.

8. Zeichnen Sie die Punkte A und B in ein Koordinatensystem mit dem Streckungszentrum Z als Ursprung und verbinden Sie beide Punkte. Führen Sie nun beide zentrischen Streckungen durch. Beachten Sie dabei, dass jeder Bildpunkt auf einer Geraden durch Urpunkt und Zentrum Z liegt, wobei der Streckungsfaktor k die Entfernung bestimmt. Bedenken Sie weiterhin, dass bei $|k| < 1$ eine Verkleinerung vorliegt. Dies gilt auch für die Berechnung von k_3.

9. Vergegenwärtigen Sie sich die 1. binomische Formel. Demzufolge entspricht $16x^8y^2$ dem 2ab in der binomischen Formel. Mit diesem Wissen gibt es unterschiedliche Möglichkeiten, die Platzhalter zu bestimmen.

hutt
lernhilfen

hutt.lernhilfen ist eine Marke der

Bergmoser + Höller
Verlag AG

Karl-Friedrich-Str. 76
52072 Aachen
DEUTSCHLAND
T 0241-93888-123
F 0241-93888-188
E kontakt@buhv.de
www.buhv.de

Umsatzsteuer-Id.Nr.: DE 123600266
Verkehrsnummer: 10508
Handelsregister Aachen HRB 8580

Vorstand:
Andreas Bergmoser
Michael Bruns

Aufsichtsratsvorsitz:
Holger Knapp

Autor der Bearbeitungstipps:
Armin Busch

Lektorat:
Svenja Lückerath
Magdalena Noack

Ausgabe 2024/2025